PHILOSOPHER EN MATHÉMATIQUES AVEC DES FUTURS ENSEIGNANTES ET ENSEIGNANTS AU PRIMAIRE

ANNE ROY

Le développement des compétences professionnelles en enseignement est devenu un enjeu capital dans le renouveau pédagogique (Gouvernement du Québec, 2001). Néanmoins, dans le contexte de la formation à l'enseignement des mathématiques au primaire, les futurs enseignantes et enseignants semblent plutôt concevoir l'enseignement comme une pratique centrée sur la quête de vérités absolues. Dans une telle pratique, la recherche du sens de constructions personnelles ne serait que secondaire (Civil, 1993 ; D'Ambrosio et Campos, 1992 ; Raymond, Santos et Masingila, 1991 ; Steele et Widman, 1997).

Dans cet article je soutiens que la réflexivité est un élément d'auto-transformation qui peut servir, chez les enseignantes et enseignants, à reconceptualiser leur métier. Plus important, la réflexivité peut servir à réorienter l'action didactique des enseignantes et des enseignants de sorte à ce qu'ils aient un impact plus durable dans la préparation de leurs élèves à un monde de plus en plus complexe.

Le concept de réflexivité remonterait au début du siècle lorsque John Dewey introduisait l'expression de pensée réflexive en éducation. La réflexivité étant définie comme « un processus de recherche conscient qu'accorde une personne à la nature, aux conditions et aux intentions de sa pensée » (Dewey, 1997, p. 5, traduction libre). En formation à l'enseignement des mathématiques, le développement d'une pensée réflexive serait un atout pour intégrer la théorie à la pratique (Desgagnés, Bednarz, Lebuis, Poirier et Couture, 2001 ; Kagan, 1992). C'est par une reconstruction sociale des connaissances mathématiques qui fait appel à des habiletés de pensée supérieures qu'une pratique réflexive de l'éducation mathématique est attendue. [1] Plusieurs études en didactique des mathématiques prônent d'ailleurs que les stratégies d'enseignement réflexives favorisent une réflexion critique du futur maître sur ses représentations idéologiques à propos l'éducation mathématique (Bauersfeld, 1994 ; Bednarz, Gattuso et Mary, 1995 ; Cooper, 1996 ; Steele et Widman, 1997).

Puisque la philosophie au sens de Matthew Lipman s'avère un domaine tout à fait propice pour explorer les manifestations de la réflexivité, nous avons expérimenté, dans le cadre d'un cours de mathématiques, durant une session universitaire, une approche philosophique auprès d'un groupe d'étudiantes et d'étudiants en éducation préscolaire et en enseignement primaire. Cette exploration expérimentale devrait nous permettre d'étudier les différentes manifestations réflexives en regard de l'éducation mathématique. [2] Au début de l'expérimentation, nous pensions que l'intégration d'une approche philosophique dans un cours de mathématiques permettrait à tous les étudiantes et étudiants du groupe de développer une réflexivité à l'égard de l'éducation mathématique. Toutefois, la réflexivité émergente de la pensée ne s'est pas manifestée au même degré dans le discours des membres du groupe.

Cet article a comme visée de présenter les différents degrés de réflexivité qui se sont dégagés du discours des membres du groupe en faisant la lumière entre cinq représentations idéologiques à l'égard des mathématiques et les diverses formes d'habiletés de pensée. Pour ce faire, nous présenterons premièrement les fondements et les caractéristiques des approches philosophiques sur lesquelles s'appuie notre étude. Deuxièmement, nous décrirons le cours de mathématiques préparé selon une approche philosophique. Troisièmement, nous exposerons brièvement les deux cadres conceptuels utilisés pour décrire et analyser la réflexivité émergente du discours des membres du groupe d'étudiantes et d'étudiants. Quatrièmement, des informations seront données concernant notre démarche méthodologique où un bref aperçu du plan de nos analyses qualitatives sera exposé. Pour terminer, les résultats seront divulgués en termes de degrés de réflexivité en explicitant les liens que nous avons constatés entre les différentes représentations idéologiques à l'égard des mathématiques et les diverses formes d'habiletés cognitives, ce qui a donné lieu aux cinq différents types de pensée réflexifs, soit : *a-réflexif, non réflexif, pré réflexif, quasi réflexif* et *réflexif.*

Les approches philosophiques

L'approche de la « Philosophie pour enfants » (PPE) de Matthew Lipman est maintenant pratiquée dans plus d'une cinquantaine de pays à travers le monde. Cette approche permet d'envisager l'intervention éducative selon une pratique réflexive, et ce, dans toutes les disciplines (Daniel 1992a ; Lebuis 1991). La réflexivité se manifeste au sein du dialogue philosophique, laquelle évolue dans le cadre des communautés de recherche (Daniel, 1992b). Une communauté de recherche philosophique cultive non seulement des habiletés à la recherche réflexive mais aussi des habiletés au dialogue, au questionnement et au bon jugement (Sharp, 1990). Son but ultime est d'aider les personnes à apprendre comment penser par elles-mêmes (Lipman, Sharp et

Oscanyan, 1980). L'approche de la PPE conduit ainsi les personnes, de tous les âges, à s'engager dans un processus réflexif qui favorise le développement d'une pensée critique, créative et autonome (Daniel, 1992a).

L'approche de la « Philosophie pour enfants en mathématiques » (PPEM) a été élaborée en 1993 par Marie-France Daniel, Louise Lafortune et Richard Pallascio pour aider des jeunes de 9 à 13 ans à co-construire du sens vis-à-vis des questions mathématiques, à développer des habiletés et des attitudes liées à une pensée complexe et à diminuer les mythes et les préjugés souvent entretenus par les jeunes de ces âges à l'égard des mathématiques (Daniel, Lafortune, Pallascio et Schleifer, 2000 ; Daniel, Lafortune, Pallascio et Sykes, 1996 ; Lafortune, Daniel, Mongeau et Pallascio, 2002 ; Pallascio, Lafortune et Daniel, 2000).

À l'instar de l'approche de la PPE, l'adaptation en mathématiques s'inscrit dans des perspectives socioconstructiviste et pragmatiste de l'apprentissage. Dans cette optique, l'approche de la PPEM s'appuie sur deux principes fondamentaux, à savoir : 1) l'apprentissage repose sur une construction personnelle du sens par l'élève et 2) la motivation intrinsèque est indispensable à l'intérieur de l'apprentissage. L'approche de la PPEM engage donc les apprenants « à poser des questions pertinentes, à y réfléchir par eux-mêmes et à en discuter, au moyen du dialogue philosophique entre pairs – ce que Lipman et son équipe appellent la communauté de recherche » (Daniel *et al.,* 1996, p. 10).

C'est dans un esprit de renouvellement des pratiques éducatives que nous avons élaboré un cours de mathématiques en s'inspirant de l'approche de la PPEM pour que les futurs enseignantes et enseignants exercent des habiletés réflexives à l'égard de l'éducation mathématique. En nous plaçant dans une perspective exploratoire, nous avons assumé le postulat méthodologique suivant : l'introduction de dialogues philosophiques dans un cours de mathématiques stimulerait chez le groupe d'étudiantes et d'étudiants une réflexivité par le biais de différentes habiletés de pensée complexe à l'égard de leur représentation idéologique de l'éducation mathématique. [3] C'est la mise à l'épreuve de ce postulat méthodologique qui va permettre, ou non, d'examiner le type de pensée produit dans le discours des membres du groupe à l'occasion de ce cours de mathématiques.

Le contexte

C'est dans un cours obligatoire de mathématiques du programme de formation du baccalauréat en éducation préscolaire et en enseignement primaire de l'Université du Québec à Montréal (UQAM) que nous avons effectué l'expérimentation. Nous avons mis au point ce cours en respectant à la fois les objectifs du cours et les principes de l'approche de la PPEM, que nous avons adaptés à une clientèle universitaire. Ce cours s'est déroulé sur 45 heures, échelonné sur dix semaines, avec un groupe composé de 21 étudiantes et étudiants volontaires de première année au baccalauréat.

L'approche philosophique utilisée se distingue de la PPEM car elle a été élaborée spécialement pour des étudiantes et étudiants en formation initiale en éducation préscolaire et en enseignement primaire. Dans cette optique, du matériel original a été conçu, soit : 1) une nouvelle *philosophico-mathématique* en quatre épisodes; 2) des plans de discussions philosophiques et 3) des activités *mathématico-philosophiques* portant sur les quatre thèmes du cours de mathématiques, soit : la résolution de problèmes, les probabilités, l'arithmétique et les géométries. Durant la session, huit discussions philosophiques sur des notions mathématiques : (hasard, infini, nombre irrationnel et espace géométrique) et quatre activités *mathématico-philosophiques* en lien avec ces notions ont été réalisées dans le cours selon la démarche de l'approche de la PPEM.

Cette démarche suit cinq étapes: 1° la lecture individuelle à voix haute d'un épisode par les étudiantes et étudiants ; 2° la collecte des questions philosophiques. Cette étape permet aux étudiantes et étudiants de formuler les questions et de choisir celle qui fera l'objet de la discussion philosophique et de l'activité mathématique ; 3° la réflexion individuelle avant la discussion permet à chaque étudiante et étudiant de s'approprier la question choisie avant la discussion ; 4° la discussion philosophique en communauté de recherche sur la question choisie ou sur l'activité mathématique ; 5° la réflexion individuelle après la discussion ou le cours, laquelle permet à chaque étudiante et étudiant de dégager une synthèse de la discussion. [4]

Cadres conceptuels : Ernest et Lipman

Pour étudier les types de pensée émergeant du discours du groupe d'étudiantes et d'étudiants à propos de l'éducation mathématique deux cadres d'analyse ont été retenus : 1) la conception de la pensée critique de Matthew Lipman (1995), laquelle a fourni une première référence quant à la forme d'une pensée complexe en termes de modes de pensée, soit les modes critique, créatif, responsable et métacognitif ; et 2) le modèle épistémologique des idéologies éducatives en mathématiques de Paul Ernest (1991), lequel a permis de décrire le contenu d'une pensée complexe en termes de représentations idéologiques qu'ont les étudiantes et les étudiants de l'éducation mathématique, soit : 1) *Dualisme absolu:* les mathématiques sont des vérités absolues qui proviennent d'une autorité ; 2) *Multiplicisme absolu*: les mathématiques sont des vérités non questionnées, appliquées de multiples façons en fonction de considérations personnelles, utilitaristes ou pratiques ; 3) *Relativisme absolu séparé* : les mathématiques sont absolues et basées uniquement sur des règles logiques; 4) *Relativisme absolu connecté* : les mathématiques sont absolues mais évoluent grâce à la compréhension de l'être humain par rapport au savoir mathématique ; 5) *Relativisme faillible* : les mathématiques sont une construction sociale constamment en évolution, faillibles et interreliées aux valeurs d'une société démocratique. [5]

Démarche

Pour conduire notre étude, nous avons eu recours à l'enregistrement vidéo des huit discussions philosophiques, à l'enregistrement audio d'entrevues individuelles semi-structurées avec douze étudiantes et étudiants du groupe, à la rédaction de textes argumentés et à la passation d'un questionnaire sur la pensée critique et la résolution de problèmes mathématiques. Les douze étudiantes et étudiants sélectionnés pour passer l'entrevue ont été choisis aléatoirement eu égard aux trois échelles de pensée critique (élevé, moyen ou faible) déterminées par les résultats du questionnaire sur la pensée critique et la résolution de problèmes mathématiques. Les entrevues ont été échelonnées sur toute la période du cours à raison de trois entrevues (une pour chaque échelle) après chaque cycle d'activités philosophiques portant sur un des quatre thèmes mathématiques abordés durant le cours. [6]

Une double analyse a été élaborée : 1) une première analyse pour repérer les extraits se rapportant aux représentations idéologiques d'Ernest et 2) une deuxième analyse pour opérationnaliser la pensée complexe de Lipman en différentes habiletés cognitives. Dans le cadre de cette deuxième analyse, une série d'activités d'analyse inspirée sur le plan méthodologique par le modèle de flux de Miles et Huberman (2003) ont été nécessaires pour parvenir à identifier les divers types de pensée réflexifs. Nous avons obtenu une matrice qui est à la fois un outil d'analyse et un résultat de recherche qui nous permet d'identifier les types de pensée pour chaque représentation idéologique émergents du discours du groupe d'étudiantes et d'étudiants à l'étude.

Les types de pensée réflexifs

Dans les paragraphes suivants, des extraits des discussions seront présentés pour mettre en évidence les cinq types de pensée réflexifs, lesquels montrent différents degrés de réflexivité de la pensée qui ont émergés des représentations idéologiques d'Ernest (mentionnées ci-dessus). Les extraits rapportés touchent aux quatre thèmes mathématiques abordés durant le cours, soit le hasard, l'infini, les nombres rationnels et l'espace géométrique.

Pensée a-réflexive

Dans une idéologie dualiste absolue, nous observons que l'obstacle à une réflexivité le constitue le recours à une dimension autoritaire. En effet, nous remarquons que les étudiantes et étudiants investis de l'idéologie dualiste absolue peuvent difficilement penser sans recourir à une forme d'autorité et ne parviennent pas alors à confronter leurs croyances par rapport aux mathématiques. Il y a une absence de réflexivité dans leur pensée. Pour cette raison, nous considérons ce type de pensée comme étant *a-réflexif.*

Voici un extrait de discussion se rapportant à la notion de hasard qui a eu lieu au début de la session où des représentations idéologiques dualistes sont rapportées par une étudiante : E5. La question philosophique qui a été posée par les membres du groupe était : « Est-ce que le hasard existe dans la vie ? »

E13 : Pourquoi tu dis que le destin est déterminé d'avance ?

E5 : C'est parce que le destin est écrit dans les étoiles. Pour ceux qui croient au destin c'est parce que ça vient d'en haut. C'est comme quand tu dis : bien ça c'est ma destinée, c'est parce que je n'interviens pas là-dedans, puis c'est écrit en quelque part ce que je dois faire maintenant.

E18 : Cela voudrait dire qu'on a déjà une destinée.

E5 : Cela voudrait dire que le hasard n'a pas rapport avec le destin parce que ceux qui croient au destin, il n'y a pas de hasard là-dedans parce que c'est écrit en quelque part que ça doit être comme ça.

À la lumière de notre analyse, nous remarquons que les habiletés de pensée qui émergent au sein des représentations idéologiques dualistes absolues se réfèrent presque toujours à une figure d'autorité pour tenter de valider les points de vue avancés. De plus, nous notons que ce type de pensée *a-réflexif* prend la forme d'affirmation ou de dénégation. Il permet ainsi uniquement d'affirmer ou d'infirmer des croyances absolues, lesquelles sont non questionnées et structurées selon une dichotomie simple ou une autorité.

Pensée non réflexive

Dans une idéologie multipliciste absolue, nous observons que l'obstacle à une réflexivité est l'aspect concret de la situation liée aux mathématiques. Le rapport aux savoirs mathématiques reposant strictement sur des aspects d'ordre personnel, physique ou utilitariste semble empêcher une progression conceptuelle de la discussion. Les étudiantes et étudiants du groupe investis de cette idéologie semblent donc avoir très peu développé une réflexivité à l'égard de leurs représentations idéologiques des mathématiques car ils tiennent compte uniquement dans leur raisonnement de considérations personnelles, physiques ou utilitaires. Pour cela, nous considérons ce type de pensée comme étant *non réflexif.*

Voici un extrait de discussion où les étudiantes et étudiants ont tenté d'expliquer comment les Pythagoriciens ont démontré l'irrationalité de la racine carrée de 2. On voit ici émerger des représentations idéologiques multiplicistes où l'aspect physique empêche systématiquement les étudiantes et étudiants : E1, E7 et E16, d'accéder à un raisonnement logico-mathématique sur les nombre irrationnels.

E1 : J'ai une question bien bizarre mais quand on dessine un triangle 1 cm, 1 cm avec l'angle droit. Je ne comprends pas comment une longueur d'une droite qui est déterminée sur une page peut donner un nombre irrationnel. … Je me dis racine de 2. On s'entend pour dire que c'est irrationnel, c'est irrationnel donc ça n'a pas de fin. Mais si tu prends la règle puis que tu mesures la petite ligne, bien on est capable de trouver une longueur là-dedans.

E7 : L'hypoténuse est irrationnelle parce qu'elle est en diagonale.

E1 : Même si elle est en diagonale c'est une droite quand même. Ça se mesure là.

E4 : Oui, mais je dirais que c'est une donnée théorique, l'hypoténuse. La donnée exacte là. Ce qu'on va mesurer avec notre règle, ça va être approximatif, mais la donnée exacte là, théoriquement, ça se calcule.

E1 : On ne sera jamais capable de trouver la grandeur de l'hypoténuse. On ne sera jamais capable de la calculer.

E16 : Oui, mais le 1 est rationnel mais sa mesure réelle, disons que tu arriverais à calculer réellement la mesure. Peut-être que tu trouverais 1, 00004.

E1 : Donc tout est irrationnel dans un sens. À chaque fois qu'on mesure quelque chose, c'est irrationnel.

E4 : Bien non, c'est parce que quand tu mesures avec ta règle, tu mesures approximativement. Tu ne peux pas mesurer aux millionièmes près.

E1 : Je comprends ça. Ça veut dire que les deux côtés qui sont considérés comme rationnels, il ne faudrait pas les considérer comme rationnels.

Prof. : Mais là, E1, est-ce que tu parles de rationalité du nombre ? Parce que là, tu dis que tu ne serais pas capable de tracer la diagonale égalant racine carrée de 2. C'est ça que tu as dit ?

E1 : C'est ça que je dis. Si on considère que dans un triangle, on a 1 puis 1, la racine de 2, c'est irrationnel ; donc je ne serais pas capable de la tracer.

Dans notre analyse, nous constatons que les habiletés de pensée qui émergent au sein de l'idéologie *multipliciste absolue* se limitent à l'aspect concret de la situation. De plus, nous constatons que le type de pensée *non réflexif* prend la forme d'une description en fonction de considérations personnelles, physiques ou utilitaristes. Il permet ainsi uniquement de décrire une situation.

Pensée pré réflexive

Dans une idéologie relativiste séparée absolue, nous observons que l'obstacle à une réflexivité est parfois la règle logique suivie de manière trop mécanique. Nos observations ont montré que des étudiantes et étudiants du groupe ont développé une certaine réflexivité à l'endroit des mathématiques mais leur rapport aux savoirs mathématiques semble reposer uniquement sur des fondements logiques dont ils ne maîtrisent pas nécessairement tous les raffinements, ce qui cause parfois des limitations à une réflexivité. Nous considérons d'ailleurs ce type de pensée comme étant *pré réflexif.*

À la suite d'une première discussion philosophique qui avait portée sur la différence entre l'infini et l'indéfini, les membres du groupe ont été invités à faire le problème mathématique d'Achille et la tortue. [7]

Voici un extrait de la discussion qui s'est déroulée après la résolution de ce problème où des représentations idéologiques relativistes séparées sont surtout rapportées par les étudiantes et étudiants suivants : E9, E10, E13, E21.

E21 : Au début, les deux sont à zéro. Elle a parcouru 100 mètres, lui il est encore à zéro. Pendant qu'elle fait ces 10 mètres là, il en fait 100. Elle est rendue à 110. Il est rendu à 100. Pendant qu'elle fait 1 mètre, il en fait 10, il est rendu à 111, puis elle est rendue à 110 et ainsi de suite. Donc ici on voit que ça continue dans l'infini, elle est là, lui, il est là, donc il va toujours y avoir, le rapport est toujours le même.

Prof. : Mais là si on se fie à ce que tu viens de nous dire E21, Achille va la dépasser.

E21 : Ça fait que pendant qu'elle est à 111,11, lui, il est à 110, 10.

E10 : Elle a toujours un dixième d'avance.

E13 : Même s'il est 10 fois plus rapide, il ne fait rien que la rattraper tout le temps. Il ne la dépasse pas. S'il était 10 fois plus vite il la dépasserait mais il ne la dépasse pas.

E9 : Achille va 10 fois plus vite que la tortue puis ça va être comme ça indéfiniment.

Dans notre analyse, nous remarquons que le type de pensée *pré réflexif* qui émerge au sein des représentations idéologiques relativistes absolues séparées est tributaire de règles ou de considérations logiques. Les étudiantes et étudiants du groupe semblent voir l'incohérence de la situation, mais ils s'en remettent quand même à une logique erronée de calcul. De plus, nous constatons que le type de pensée *pré réflexif* prend régulièrement la forme d'une explication, laquelle permet uniquement d'expliquer (ou de tenter d'expliquer) une situation.

Pensée quasi réflexive

Dans une idéologie relativiste absolue connectée, nous observons que l'obstacle à une réflexivité n'est plus perceptible sur le plan de la forme. La réflexivité qui émerge au sein de cette idéologie, ne réside pas uniquement sur le plan de la forme, mais aussi sur le plan du contenu car les étudiantes et les étudiants reconnaissent que le savoir mathématique est une construction de la pensée humaine. En fait, celles et ceux du groupe investis de cette idéologie manifestent un raisonnement logique mettant l'emphase sur la progression d'un savoir qui se construit grâce aux compétences humaines. Dans notre analyse, nous considérons d'ailleurs ce type de pensée comme étant *quasi réflexif.*

Voici un extrait du discours où l'on retrouve le type de pensée *quasi réflexif* provenant des représentations idéologiques relativistes connectées relativement aux mathématiques. Les étudiantes et étudiants E4 et E12, particulièrement, montrent qu'ils conçoivent que les mathématiques sont une abstraction inventée par l'homme. Cette discussion a eu lieu à la fin de la session et le groupe se questionne alors sur l'existence ou non de la perfection dans la réalité.

E4 : C'est vrai qu'il n'y a pas rien de parfait là. Les sphères parfaites, puis tout ça, les carrés parfaits, ça n'existe pas dans notre réalité en tant que tel. Mais ce n'est pas quelque chose qu'on a vu à l'école.

E1 : On dit qu'une sphère ce n'est jamais parfait, si tu la fais en bois, il va y avoir des petites coches dedans, elle ne sera pas parfaite. Sauf qu'il faut passer par-dessus ça pour en faire un concept, pour en faire des calculs et des choses comme ça.

E4 : Je suis d'accord avec toi. Sinon pourquoi on aurait inventé la géométrie métrique justement où tout est parfait. Mais ce qui représente vraiment la réalité, ça serait plus la topologie. La géométrie métrique où tout est parfait, ça nous aide à comprendre notre réalité, mais ce n'est pas la réalité.

E12 : Justement, je me demandais par rapport au cercle parfait. Bien comment est-ce que les chercheurs, les scientifiques sont arrivés à trouver le fameux π ? Puis d'ailleurs il s'arrête où π pour calculer le diamètre, la circonférence, le rayon tout ça. Comment ils ont pu trouver 3.1416, etc.

Les étudiantes et étudiants E4 et E12 n'arrivent pas à une complète compréhension de l'épistémologie du savoir mathématique, mais ils montrent bien que sans l'invention humaine, les mathématiques ne pourraient pas exister. De plus, nous constatons que le type de pensée *quasi réflexif* prend la forme d'une justification, laquelle permet souvent de justifier (ou de chercher des justifications) à une situation.

Pensée réflexive

Nous observons que les étudiantes et étudiants investis de l'idéologie relativiste faillible ont la possibilité de réinventer les mathématiques en faisant un travail de mathématisation sur la construction sociale de leurs significations. Dans les représentations idéologiques relativistes faillibles, les habiletés de pensée sont basées sur un raisonnement logique mettant l'emphase sur la dimension sociale du savoir. Nous considérons d'ailleurs ce type de pensée comme étant *réflexif.*

Dans les communautés de recherche, nous ne retraçons pas ce type de pensée C'est dans les entrevues que nous constatons que quelques étudiantes et étudiants du groupe sont parvenus à manifester le type de pensée *réflexif.* Voici d'ailleurs un extrait d'une entrevue où on le retrouve au sein des représentations idéologiques relativistes faillibles : « Je pense que les mathématiques ont été inventées. Bien, la preuve c'est qu'il y a plusieurs façons de calculer. Nous avons choisi la base dix parce que c'était elle qui nous convenait le mieux. Mais il y a d'autres sociétés, les Mayas, les Mésopotamiens, ils calculaient d'une autre façon. Ce n'est pas quelque chose de concret qui nous est apparu, qu'on a découvert par hasard. C'est plus un système qu'on a adapté à nos besoins et maintenant on s'en sert comme point de repère pour calculer des choses qu'on découvre.

Nous remarquons enfin que les habiletés de pensée qui émergent au sein de l'idéologie relativiste faillible prennent la forme de justifications sociales, lesquelles sont formulées autour de raisonnements logiques permettant de justifier une situation en mettant l'accent sur la dimension sociale.

Réflexivité et épistémologie

Dans cet article, nous avons tenté d'illustrer divers degrés de réflexivité qui se sont manifestés dans le discours d'un groupe de futurs enseignantes et enseignants au primaire lorsqu'ils sont conviés à prendre part à des discussions à visée philosophique dans un cours de mathématiques durant une session universitaire.

Nos résultats suggèrent que l'intégration de discussions philosophiques dans le cadre d'un cours de mathématiques ne génère pas automatiquement une pensée réflexive. Les particularités réflexives manifestées à l'endroit des mathématiques dans le discours semblent directement reliées à la posture épistémologique adoptée par les étudiantes et étudiants à l'égard du savoir mathématique. Nous sommes d'avis d'ailleurs comme Sasseville et Gagnon (2007) que la recherche épistémologique vise à répondre à la questions suivante : « Comment savons-nous ce que nous savons ? » (p. 119). Or si on regarde la posture épistémologique adoptée par une personne, il est légitime de questionner comment cette personne réfléchit à ses connaissances. Il semble d'ailleurs plausible que les processus réflexifs ou les types de pensée réflexifs comme nous les avons nommés dans notre étude, soient intimement liés à la vision épistémologique de la personne.

Dans cette perspective, à la suite de nos analyses, nous constatons que la réflexivité émergente du discours des étudiantes et étudiants du groupe donnent naissance à cinq différents types de pensée réflexifs, lesquels illustrent les différentes représentations idéologiques. Dans le continuum des idéologies éducatives en mathématiques dégagé par Ernest (1991), la réflexivité analysée dans le discours des membres du groupe se manifeste en effet par des types de pensée *a-réflexif, non réflexif, pré réflexif, quasi réflexif* et *réflexif.*

Par ailleurs, nous posons comme hypothèse que l'introduction de discussions philosophiques autour de thèmes mathématiques durant la formation initiale en enseignement au primaire encourage des manifestations cognitives de plus en plus réflexives chez les futurs enseignantes et enseignants à l'égard des mathématiques. En faisant de la philosophie en mathématiques, nous estimons que les étudiantes et étudiants auront l'occasion de s'engager dans une recherche sur ce qu'ils savent, d'apprendre au fil des cours à questionner philosophiquement leurs représentations idéologiques à l'égard des mathématiques et à développer éventuellement une pensée réflexive. C'est une hypothèse qu'il vaudrait la peine d'étudier plus à fond dans une recherche subséquente sur une période plus longue que dix semaines.

Enfin, nous reprenons ici ce qu'une étudiante retient de cette expérience : « Bien moi, j'ai trouvé bien intéressant cette approche philosophique parce que je trouve que pour une fois je me rendais compte que les mathématiques étaient rattachées à autres choses que les mathématiques. Dans le sens que le fait de se poser des questions philosophiques par rapport aux mathématiques, cela nous permet de faire des liens entre la réalité et les mathématiques ».

Remerciement

Je tiens à remercier les deux arbitres pour leurs judicieux commentaires et suggestions à une version préalable à cet article.

Notes

[1] L'éducation mathématique réfère aux mathématiques, à leur apprentissage et leur enseignement.
[2] Dans ce texte, l'étude des manifestations réflexives se concentre uniquement sur les mathématiques.
[3] La recherche exploratoire, dit Van der Maren (1995, p. 192), « pose au départ un *postulat méthodologique,* parfois présenté comme hypothèse méthodologique. On ne sait pas à l'avance s'il donnera quelque chose, mais on doit provisoirement l'admettre comme valable pour au moins l'essayer. »
[4] Pour plus de détails, voir Roy, A. (2005) *Manifestations d'une pensée complexe chez un groupe d'étudiantes et étudiants-maîtres au primaire à l'occasion d'un cours de mathématiques présenté selon une approche philosophique,* Thèse de doctorat inédite, Université du Québec à Montréal, Canada.
[5] Dans cet article, seule une synthèse de la vision des mathématiques est donnée pour chaque idéologie.
[6] Un cycle d'activité philosophique comportait deux discussions philosophiques entrecoupées d'une activité *mathématico-philosophique.*
[7] Le problème mathématique qui a été demandé, était formulé comme suit : Achille fait une course avec la tortue. La tortue a 100 mètres d'avance. Maintenant, dit Zénon, Achille parcourt 100 mètres et atteint le point de départ de la tortue. Pendant ce temps la tortue a fait le dixième du chemin parcouru par Achille, et se trouve ainsi à 10 mètres devant celui-ci. Achille parcourt ces 10 mètres. Pendant ce temps la, tortue a parcouru 1 mètre. Achille parcourt ce mètre ; la tortue avance d'un dixième de mètre. Achille parcourt ce dixième tandis que la tortue gagne de nouveau un centième de mètre. Quand Achille a rattrapé ce centième de mètre, la tortue est à un millième de mètre en avant. Ainsi, arguait Zénon, Achille se rapproche constamment de la tortue mais il ne peut jamais la rattraper. a) Que penses-tu du raisonnement de Zénon ? b) Si Achille parvient à dépasser la tortue, quelle distance sera parcourue par la tortue au moment où Achille l'aura rejointe ?

Références

Bauersfeld, H. (1994) 'Réflexions sur la formation des maîtres et sur l'enseignement des mathématiques au primaire', *Revue des sciences de l'éducation* **20**(1), 175–198.

Bednarz, N. Gattuso, L. et Mary, C. (1995) 'Formation à l'intervention d'un futur enseignant en mathématiques au secondaire', *Bulletin de l'association mathématique du Québec* **35**(1), 17–30.

Civil, M. (1993) 'Prospective elementary teachers' thinking about teaching mathematics', J*ournal of Mathematical Behavior* **12**(1), 79–109.

Cooper, S. B. (1996) 'Case studies of teacher education students in a field-based and a university-based elementary mathematics methods course', *Journal of Teacher Education* **47**(2), 139–146.

D'Ambrosio, B. S. et Campos, T. M. (1992) 'Pre-services teachers' representations of children's understanding of mathematical concepts: conflicts and conflict resolution', *Educational Studies in Mathematics* **23**(3), 213–230.

Daniel, M.-F. (1992a) 'Reflections on teacher formation: When school and university enter together in a process of continuous thinking', *Analytic Teaching* **12**(2), 39–44.

Daniel, M.-F. (1992b) *La philosophie et les enfants,* Montréal, QC, Logiques.

Daniel, M.-F., Lafortune, L., Pallascio, R. et Schleifer, M. (2000) 'The developmental dynamics of a community of philosophical inquiry in an elementary school mathematics classroom', *Thinking* **15**(1), 2–9.

Daniel, M.-F., Lafortune, L., Pallascio, R. et Sykes, P. (1996) *Philosopher sur les mathématiques et les sciences,* Québec, QC, Le loup de gouttière.

Desgagnés, S., Bednarz, N., Couture, C., Poirier, L. et Lebuis, P. (2001) 'L'approche collaborative en éducation : un rapport à établir entre recherche et formation', *Revue des sciences de l'éducation* **27**(1), 33–64.

Dewey, J. (1997) *How we think,* New York, NY, Dover.

Ernest, P. (1991) *The philosophy of mathematics education,* London, UK, Falmer Press.

Gouvernement du Québec. (2001) *La formation à l'enseignement : les orientations, les compétences professionnelles,* Québec, QC, Ministère de l'Éducation.

Kagan, D. M. (1992) 'Professional growth among preservice and beginning teachers', *Review of educational research* **62**(2), 129–169.

Lafortune, L., Daniel, M.F., Mongeau, P. et Pallascio, R. (2002) 'Philosophy for children adapted to mathematics: a study of its impact on the evolution of affective factors', *Analytic Teaching* **23**(1), 10–25.

Lebuis, P. (1991) 'Formation du personnel enseignant à une pratique éducative réflexive', *Arrimages* **7** et **8**, 24–28.

Lipman, M. (1995) *À l'école de la pensée,* Bruxelles, BE, De Boeck.

Lipman, M., Sharp, A. M. et Oscanyan, F. S. (1980) *Philosophy in the classroom,* Philadelphia, PA, Temple University Press.

Miles, M. B. et Huberman, A.M. (2003) A*nalyse des données qualitatives,* Bruxelles, BE, De Boeck.

Pallascio, R., Lafortune, L. et Daniel, M.-F. (2000) 'Une approche philosophique pour l'apprentissage des mathématiques', *Apprentissage et socialisation* **20**(2), 25–46.

Raymond, A., Santos, V. et Masingila, J. (1991) 'The influence of innovative instructional processes on mathematical belief systems', ERIC (Ed 390 703).

Sasseville, M. et Gagnon, M. (2007) *Penser ensemble à l'école,* Québec, QC, Presses de l'Université Laval.

Sharp, A. M. (1990) 'La communauté de recherche : une éducation pour la démocratie', dans A. Caron (dir.), *Philosophie et pensée chez l'enfant,* Ottawa, ON, Agence d'ARC, pp. 85–103.

Steele, D. F. et Widman , T. F. (1997) 'Practitioner's research : a study in changing preservice teachers' conceptions about mathematics and mathematics teaching and learning', *School Science and Mathematics* **97**(4), 184–191.

Van der Maren, J.-M. (1995) *Méthodes de recherche pour l'éducation,* Montréal, QC, Presses de l'Université de Montréal.

Money Magic

(Note: For this one it helps to know that, in old UK money, twelve pence made a shilling and twenty shillings made a pound.)

Put down any number of pounds not more than twelve, any number of shillings under twenty, and any number of pence under twelve. Under the pounds put the number of pence, under the shillings the number of shillings, and under the pence the number of pounds, thus reversing the line. Subtract – reverse the line again – then add.

How much do you have?

(from Lewis Carroll; selected by Leo Rogers)