Pédagogie et utilisation de l'histoire: des tensions contradictoires

JEAN DHOMBRES

La pédagogie des mathématiques, la didactique préciseront certains chercheurs désireux, à juste titre, de dépasser l'utilitarisme immédiat en constituant une branche autonome du savoir et de la pratique, connaît ces dernières années un développement considérable. Nous devons d'abord prendre pleine conscience du fait que ce développement tient au phénomène quasi mondial de l'éducation de masse, tant au primaire qu'au secondaire, éducation se voulant conçue en parallèle d'une approche scientifique et technique des activités professionnelles. Et, jusqu'à présent, cette approche prend pour appui les mathématiques, envisagées essentiellement comme le "langage" de la science et de la technique, pour reprendre la merveilleuse mais bien vieille expression de Galilée [1]. Je veux immédiatement ajouter qu'il n'est pas sûr que cette attitude générale, favorable par principe fondateur à l'éducation mathématique, soit appelée à subsister bien longtemps dans la mesure où, précisément, l'aspect linguistique assorti d'efficacité primera donc l'accès à l'informatique, comme moyen et théorie du monde réel. Mais point de prospective dans ces pages! Tentons de décrire quelques problèmes du monde éducatif mathématique, problèmes qui ne disparaîtront pas instantanément.

Quelles mathématiques?

Développement, donc, de cette pédagogie des mathématiques par accroissement de la demande. Certes. Mais aussi parce que des problèmes de choix assaillent tout éducateur. Quelles mathématiques? Selon les niveaux des études envisagées, selon les buts poursuivis, selon les méthodes de raisonnement à acquérir à l'école, au niveau primaire, secondaire, voire professionnel?

En un sens, le relatif consensus du contenu des mathématiques enseignées tient moins à un choix délibéré qu'à la tradition nationale, ce qui n'est pas nécessairement un défaut. C'est-à-dire que la sélection des programmes des matières traitées, voire de la manière de les traiter, provient d'une sorte de compromis local, expérimental, pays par pays. Ce compromis fut réalisé entre au moins trois courants: la poussée algébrisante des "mathématiques modernes" de la fin des années 60, la tradition géométrique euclidienne plus ancienne, quoique liée à une certaine conception physique, et, enfin, l'algorithmique mise à la mode vers les années 70. En France, par exemple, ce que je note de plus déplaisant apparaît être une véritable éléphantiasis du formalisme. Je ne parle ici, ni du formalisme logique des méthodes de démonstration, ni de la mise en scène de la rigueur de l'analyse, ni de l'axiomatisation de l'image géométrique. Je parle avant tout du nominalisme mathématique, c'est-à-dire du langage destiné à désigner les objets mathématiques manipulés. Dans le secondaire, et cela se mesure avec acuité dès qu'il s'agit de textes d'examens nationaux français comme le baccalauréat, toute expression mathématique utilisée doit comprendre *ab ovo* la totalité des significations ultérieures possibles. Autrement dit, avec certains logiciens chinois classiques, on en arrive à ne pas considérer un "cheval blanc" comme un "cheval" [2]. Comme si les mathématiques ne procédaient pas, elles-aussi, par degrés progressifs. Comme si l'utilisation d'un terme mathématique, dans un certain contexte, et à un certain stade de l'apprentissage, le figeait une fois pour toutes, dans son ontologie définitive, pour la suite des études. Ainsi, la définition de la continuité d'une fonction en un point se doit bien de faire intervenir, d'une façon ou d'une autre, le domaine de définition de la fonction sur lequel induire la topologie à considérer, Selon certains de nos éducateurs, le domaine de définition doit avoir une structure définie une fois pour toutes, et ce pour toute fonction, dès que la continuité est en jeu. Le choix est souvent celui d'un intervalle ouvert. Pourquoi pas pour un commencement? Mais pourquoi s'interdire toute extension? On en arrive au fait que $1/x$ apparaît comme non continue [3] sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, parce que $]-\infty, 0[\cup]0,\infty[$ n'est pas un intervalle ouvert! À telle enseigne que x^2 non plus, mais alors pourquoi choisir $1/x$ comme exemple. Sans vouloir insister, je me permettrais de suggérer, *cum grano saltis*, que dans cette volonté systématique d'un langage figé, une analyse freudienne distinguerait peut-être une hantise rentrée de l'erreur, une phobie de mort.

Dans d'autres pays, anglosaxons notamment, pour l'enseignement des mathématiques, l'accent est mis sur des manipulations d'objets à vocation mathématique, voire des jeux, éventuellement qualifiés aussi de mathématiques, sans que l'activité éducative aboutisse nécessairement à la mise en évidence d'un théorème, c'est-à-dire d'un résultat dont toutes les conditions de validité sont dûment précisées et dont l'intérêt est explicité par des conséquences ou par un emploi répétitif ultérieur. Telle attitude pédagogique peut aller jusqu'au bric-à-brac, sans liaisons nécessaires entre les faits mathématiques éventuellement rencontrés. Le cours devient promenade dans le bric-à-brac, promenade qui obéit à la seule curiosité du professeur, plus ou moins guidée par quelques remarques excédées ou curieuses des enseignés.

Dans d'autres pays encore, on a privilégié avec une certaine rigueur quelques aspects de la mathématique, par exemple l'algèbre linéaire (ou une certaine algèbre linéaire). Cet aspect devient le cadre *obligé* de toutes les explications mathématiques, le "Sésame ouvre toi!" Facilité de l'exposé, unité de la démarche intellectuelle, mais que l'on doit payer par d'incroyables contorsions mentales, tant pour tout justifier dans un tel cadre que pour passer à d'éventuelles applications à la physique, à la statistique ou aux sciences sociales.

Différentes attitudes donc, d'un pays à l'autre, attitudes que je caractérise beaucoup trop jusqu'à la caricature. Il m'apparaissait nécessaire pourtant de débuter mon propos par ces descriptions afin de pouvoir enchaîner sur des

For the Learning of Mathematics **2**, 2 (November 1981)
FLM Publishing Association, Montreal, Quebec, Canada

réactions d'*apathie* de la part des élèves et les réactions de *refus* de la part des professeurs [4]. Apathie ou refus dont les causes sont ainsi assez différentes d'un pays à l'autre puisque les attitudes pédagogiques diffèrent. Mais apathie et refus tissent un leitmotiv obsédant dans les réunions d'enseignants depuis quelques années.

De ces diverses réactions, toutefois, peut naître un commun recours à l'histoire des sciences. Et c'est ce recours qui m'intéresse ici. Qu'on m'entende bien. Je ne dis pas que le *seul* recours existant soit l'introduction de l'histoire des mathématiques. Je reste dans une position d'analyste, d'observateur. Je *constate* que beaucoup d'enseignants ont recours à l'histoire des sciences, *non par vocation ou intérêt en soi, mais parce que confrontés à des réactions négatives*. Il me faut évidemment ajouter que l'histoire des mathématiques exerce chez un petit nombre une fascination d'ordre culturel, afin de fournir des réponses à des questions que la curiosité ordinaire doit se poser. Hans Freudenthal, dans le dernier numéro de FLM 2 (1) 1981, "Should a mathematics teacher know something about the history of mathematics", a développé ce point de vue, que je partage, a suggéré des thèmes. Pourtant, ici, est différent. Je veux analyser un recours à l'histoire qui ne relève pas de motivations culturelles.

Des recours à l'histoire des sciences

Que ces recours à l'histoire des sciences ne procèdent donc pas uniformément d'un même désir chez les enseignants de mathématiques me paraît, au premier abord, des plus enrichissants, comme une source de variété. Mais ces motivations *divergentes* risquent aussi de colorer, d'orienter *une certaine histoire* des mathématiques. C'est là que je vois un danger assez préoccupant et je voudrais, sur ce front, manier mon scalpel.

La constatation décourageante de l'apathie des élèves peut, à un premier niveau, inciter l'enseignant à recourir à une *thérapeutique de l'historiette*, de ces historiettes mathématiques qui polluent bien des manuels et dont E. T. Bell se fit en un temps une certaine spécialité [5].

Deux écueils guettent à la longue l'animation d'une classe par de telles méthodes. Le premier écueil est celui d'une *déformation insidieuse de la vérité*, voire d'un exercice systématique du mensonge: l'historiette ou l'anecdote étant dépourvue de tout fondement historique, peut-être inventée par un plaisantin au cours d'un dîner arrosé. On m'objectera que cela n'a guère d'importance, que l'anecdote peut porter sa dose didactique. J'en conviendrais souvent, car c'est cette dose didactique qui explique la persistance de l'historiette. Cela ne m'empêchera pas de méditer le beau mot de Samuel Butler: "I don't mind lying, but I hate inaccuracy". Certes, la pomme de Newton n'engage à rien. Pourtant, faire apparaître Galilée, après une remarque sur le mouvement pendulaire des chandeliers de la cathédrale de Pise, comme le promoteur d'une démarche expérimentale quant à l'établissement des lois de la mécanique, par exemple du principe d'inertie, est à la fois une *erreur historique* et une *source d'illusion*. Source d'illusion quelquefois grave, notamment pour ceux qui se contentent ou se délectent d'une lecture de l'histoire humaine comme une dialectique romantique ou idéalisée entre les Anciens, toujours réactionnaires et les Modernes, toujours dans le vrai, mais opprimés [6]. On n'est plus là au niveau de la simplification, pédagogiquement positive, mais à celui d'une intrusion inutile d'une idéologie, laquelle donne bonne conscience puisque l'on est toujours du côté de celui qui a raison!

Le deuxième écueil pédagogiquement dangereux consiste en la multiplication d'anecdotes d'animation, ne possédant aucun lien de causalité intellectuelle avec le sujet mathématique débattu. Quitte à user d'un anglicisme, c'est "l'*irrélevance*" même de cette démarche qui me gêne.

Combien d'histoires de mathématiques traitant d'un certain thème, l'entremêlent de considérations historiquement intéressantes certes, mais dont la liaison avec la description d'une analyse mathématique ne tient qu'à la rhétorique du discours [7]. Je crois fortement que c'est l'*abus de telles liaisons inopportunes* qui fait bannir à certains mathématiciens toute considération historique dans leurs cours. Car ces mises en relation de faits non connectés donne à induire que la démarche mathématique procéderait selon un choix tellement chaotique, aléatoire, qu'elle ne puisse être que le fait d'illuminés fantaisistes... quand bien même le sérieux de leurs portraits prétendrait le contraire. Il me semble que beaucoup d'enseignants de mathématiques utilisant l'histoire anecdotique dans leurs cours devraient méditer la très sage réflexion de J. Cavaillès (*Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles*, Paris, 1938):

> "Mais une méthode n'est pas chose isolable arbitrairement pour les besoins d'un problème. L'exigence même de sécurité oblige à la dépouiller de son vêtement accidentel, pris dans un cas particulier, à préciser les conditions nécessaires et suffisantes de son application. Si elle réussit avec certains ensembles, ce ne peut être qu'en vertu de propriétés définissables en eux: il n'y aura de mathématique rigoureuse que lorsqu'on aura, par l'investigation même des procédés, défini le champ d'objets auxquels ils conviennent. D'autre part ces procédés s'enchaînent dans un complexe organique: c'est un état d'esprit qui constitue la base secrète d'où ils jaillissent avec une apparente imprévisibilité, à quoi il faut revenir si l'on veut vraiment comprendre et non plus exposer mais continuer. C'est ici que l'histoire intervient.
>
> L'histoire mathématique semble, de toutes les histoires, la moins liée à ce dont elle est véhicule; s'il y a lien c'est a parte post, servant uniquement pour la curiosité, non pour l'intelligence du résultat: l'après explique l'avant. Le mathématicien n'a pas besoin de connaître le passé, parce que c'est sa vocation de le refuser: dans la mesure où il ne se plie pas à ce qui semble aller de soi par le fait qu'il est, dans la mesure où il rejette autorité de la tradition, méconnaît un climat intellectuel, dans cette mesure seule il est mathématicien, c'est-à-dire révélateur de nécessités. Cependant, avec quels moyens opère-t-il? L'oeuvre négatrice d'histoire s'accomplit dans l'histoire. Double liaison: avec les problèmes posés et étudiés dans un temps — choix de la rebellion —, avec les méthodes déjà existantes, matière où forger le nouvel instrument. Dans les deux cas, l'arbitraire individuel ou le style d'un milieu ne suffisent pas à expliquer: même si l'on concevait les mathématiques comme un système en

soi, les sinuosités du processus de révélation seraient en relation avec la structure des parties révélées Autrement dit, il y a une objectivité, fondée mathématiquement, du devenir mathématique; c'est l'exigence d'un problème qui oblige à dépouiller une méthode d'accidents qu'aucune réflexion n'apercevait inutiles, c'est la vigueur interne d'une méthode qui dépasse son champ primitif d'application et pose de nouveaux problèmes Connexion du système mathématique d'un temps, pour lequel la réciprocité d'actions exclut aussi bien les lacunes intérieures, que l'imagination d'un vide extérieur où se situerait la fixité d'un modèle ''

Des motivations plus radicales

J'ai tenu à rappeler plus haut certaines attitudes pédagogiques face aux mathématiques, afin de mieux cerner les causes de refus de certains enseignants, *donc expliquer leur recours concomitant à l'histoire des sciences,* celle des mathématiques en particulier Ce recours, *qui part d'une position de refus* n'est pas sans poser des problèmes [8]

L'insertion de l'histoire des mathématiques dans les cours peut effectivement apparaître à certains comme un brûlot efficace destiné *à détruire un certain formalisme mathématique,* ce qu'en France on range allègrement, et injustement quelquefois, sous le seul épithète de bourbakiste [9] Je citerai, par exemple, R Bkouche (voir Actes du colloque mentionnés à la remarque (8))

> ''L'intervention de la méthode axiomatique dans l'enseignement des mathématiques a réduit celui-ci à n'être qu'un discours sans autre signification que lui-même, du moins apparaît-il ainsi à l'élève (voire à l'enseignant), tant le discours axiomatique, isolé de toute autre problématique que celle de sa propre confection, occulte le contenu scientifique qu'il prétend représenter Ce type d'intervention de la méthode axiomatique n'est pas neutre du point de vue épistémologique, il est la conséquence d'une idéologie qui s'est dégagée à partir de ce qu'on a appelé la ''crise des fondements ''

Aussi, R. Bkouche explique clairement que si ''la méthode axiomatique est un moment nécessaire de l'activité mathématique, à la fois sur le plan historique et sur le plan méthodologique, elle ne peut s'identifier à l'activité mathématique; les mathématiques sont vieilles de plusieurs millénaires''

Un refus anime aussi ceux des enseignants qui ne peuvent accepter de considérer les mathématiques comme une simple kyrielle désorganisée de jeux, de devinettes certes directement issues du monde sensible, des activités quotidiennes. Cette fois, le recours à l'histoire n'a pas pour but de destabiliser une structure (l'axiomatique), mais au contraire de fournir la cohérence interne de l'enchaînement des résultats mathématiques, plus encore la justification à un dépassement de la simple constatation d'un fait mathématique Citons H Poincaré [10], lequel organise un exposé à la fois rationnel et sensible, mais que l'on peut lire aussi comme une tentative de reconstitution historique, de l'imbrication des structures d'ordre, des structures topologiques et des structures algébriques dans la progressive constitution de la notion de nombre réel [11]

> ''En résumé, l'esprit a la faculté de créer des symboles, et c'est ainsi qu'il a construit le continu mathématique, qui n'est qu'un système particulier de symboles Sa puissance n'est limitée que par la nécessité d'éviter toute contradiction; mais l'esprit n'en use que si l'expérience lui en fournit une raison
>
> Dans le cas qui nous occupe, cette raison était la notion du continu physique, tirée des données brutes des sens Mais cette notion conduit à une série de contradictions dont il faut s'affranchir successivement C'est ainsi que nous sommes contraints à imaginer un système de symboles de plus en plus compliqué
>
> Celui auquel nous nous arrêterons est non seulement exempt de contradiction interne, il en est déjà ainsi à toutes les étapes que nous avons franchies, mais il n'est pas non plus en contradiction avec diverses propositions dites intuitives et qui sont tirées de notions empiriques plus ou moins élaborées''

Un refus aussi anime ceux des enseignants qui s'insurgent contre telle vision réductive des mathématiques à un cadre formaliste étroit, qu'il s'agisse de l'algèbre linéaire, du vocabulaire ensembliste ou d'une approche arithmétisée Ainsi, R. Thom, dans un article fameux [12], rappelle l'importance ''générique'' de la géométrie expliquant d'abord qu'elle ''est un intermédiaire naturel, et peut être irremplaçable, entre la langue usuelle et le langage formalisé des mathématiques, langage dont l'objet se réduit au symbole, et le groupe d'équivalences à l'identité du symbole écrit avec lui-même'' Plus loin, il énonce: *Il ne fait guère de doute que d'un point de vue psychologique (et pour moi ontologique) le continu géométrique est l'être premier* Mais, de tels arguments ne l'emportent pas nettement face à des arguments analogues pour la primauté du discret ou des ensembles, etc C'est par un argument historique que R Thom termine sa péroraison: *Le passage de la pensée usuelle à la pensée formalisée se fait naturellement par la pensée géométrique Il en a été ainsi pour l'histoire de la pensée humaine, et, pour peu qu'on croie à la loi de récapitulation de Haeckel selon laquelle l'individu, dans son développement, passe par toutes les étapes de l'espèce, il devrait en être ainsi du développement normal de la pensée rationnelle*

Quelle histoire?

L'histoire des mathématiques est, certes, une mine particulièrement riche car elle permet de visualiser des tâtonnements, des cheminements, des erreurs des mathématiciens, le rôle des préjugés philosophiques ou religieux, l'importance du vocabulaire, l'accaparement des notations, des symboles, mais aussi la fulgurance de certaines intuitions, la force comprimée de certaines démonstrations livrées telles quelles, sans fards On peut y suivre la difficile germination des concepts les plus simples, ceux que précisément l'on trouve au début de toute axiomatique: l'ordre de présentation est alors *inversé* En son rôle de mémoire des difficultés, l'histoire est pédagogiquement très riche, sans qu'il soit besoin de recourir aux remarques, souvent pertinentes, d'épistémologie génétique de Piaget et de ses continuateurs *Mais quelle histoire?* Une histoire qui ne juge que négativement ou positivement les résultats et les efforts du passé en fonction des connaissances actuelles? Une histoire qui, du passé, gomme tout ce qui ne conduit pas à la situation présente, pourtant elle-même précaire dans l'aile déployée du Temps? Une histoire qui doit se plier aux exigences d'une énonciation moderne des mathématiques dont elle devient un simple faire-valoir? On tendrait alors à faire passer pour démarche historique vraie ce qui, au mieux, n'est qu'une sélection de certains aspects du passé, aspects mesurés à l'aune de la connaissance contemporaine. Il s'agit donc là, essentiellement, d'un mensonge par omission. Non qu'un tel mensonge soit toujours considéré comme grave par le mathématicien professionnel. Cette fois, ce n'est plus le critère pédagogique qui est utilisé pour la justification du mensonge, mais l'activité mathématique elle-même. *Cette histoire là, au fond, ne fait que des mathématiques.* S'agit-il donc vraiment d'histoire des mathématiques?

Il me semble nécessaire, à ce stade, de prendre quelques exemples concrets afin de mieux préciser ce que j'entends.

Le calcul différentiel

Je me permettrais de traduire avec son autorisation un passage de l'allocution que Graham Flegg fit devant la *British Society for the History of Mathematics* (13).

"Commençons par une description de ce que l'on pourrait appeler une version — commune — de l'histoire du calcul différentiel. On commence par Archimède — est-il ou non l'inventeur de ce calcul? — on hoche la tête au passage des indivisibles, on fait brève mention de Fermat (et de Wallis éventuellement, si l'on est un britannique nationaliste impénitent). Puis on s'attaque vraiment au sujet avec Newton et Leibniz, les auteurs qualifiés d'"inventeurs" du calcul. Aiguillonné par les critiques philosophiques de Berkeley, on se retrouve plongé dans les problèmes de fondements, l'oeil rivé sur le concept de limite (ce qui permet une allusion à d'Alembert). De sorte que l'on peut se jeter avec avidité sur Cauchy et Weierstrass, présentant le premier comme le Sauveur à qui l'on doit le bannissement des quantités infinitésimales et la mise sur pied du calcul différentiel dans ses fondements modernes rigoureux, le deuxième (c'est-à-dire Weierstrass, vous l'aviez oublié) étant au mieux perçu comme un continuateur de Cauchy et dont la contribution fut l'ajout de l'arithmétisation de l'analyse, comme s'il s'agissait d'une idée après coup. Certes je suis sans doute injuste — mais je crois vraiment que beaucoup de ceux qui se situent à la périphérie de l'histoire des mathématiques, voire même en son centre, auraient à réfléchir avec insistance avant de pouvoir mettre en question la validité du déroulement global que je viens de présenter. Et pourtant ce déroulement déborde d'omissions, de falsifications et d'erreurs époustouflants. Au premier chef, l'omission la plus évidente est celle du rôle crucial joué dans l'histoire du calcul différentiel par les applications des mathématiques. Le déroulement expliqué n'est pas seulement purement internaliste d'un point de vue mathématique, il est internaliste d'un point de vue de mathématique pure. En tant que tel, il est incomplet de façon époustouflante et dangereuse. En outre, et ceci s'accorde d'autant mieux à mon inquiétude, il s'agit effectivement d'une histoire recréée selon un point de vue moderne. Une histoire qui scrute tout le développement du calcul différentiel à travers une lunette post-weierstrassienne, accepte ou rejette des portions historiques selon qu'elles sont vues ou non comme constitues d'un courant continu d'idées lequel conduirait avec un minimum d'interruption jusqu'aux cours d'analyses enseignés aujourd'hui dans nos universités."

Le professeur Flegg poursuit en expliquant, après I. Lakatos, combien ce déroulement du calcul différentiel fausse notre vue sur Cauchy, empêche de bien saisir les "erreurs" du même Cauchy quant à l'uniformité ou quant à la permanence de la continuité par passage à la limite. Flegg note que la lunette de Robinson, c'est-à-dire celle de l'analyse non-standard, nous fournit une vision toute différente, mais qu'il ne faudrait pas, à son tour, ne chausser que cette seule lunette...

Cet exemple fourni, tentons maintenant d'exprimer plus globalement les tensions intellectuelles que provoque l'histoire des mathématiques, et sans doute l'histoire des sciences en général. On aura sans doute compris que, selon moi, c'est à rien de telles tensions — et il existe tellement de façons de nier des problèmes — que réside le danger dans l'utilisation pédagogique de l'histoire des mathématiques.

Faire de l'histoire des mathematiques

Ces tensions peuvent se résumer par une opposition conflictuelle entre un *utilitarisme d'enseignement* et le *protocole scientifique constitutif d'une discipline en soi*.

Utilitarisme puisque dans les classes du Secondaire, et sur les bancs des Facultés des Sciences, l'histoire des mathématiques est au plus une aide pédagogique, un condiment. Soit. Mais cet utilitarisme, nous l'avons noté, fausse certaines perspectives historiques, abolit le milieu intellectuel, les forces idéologiques, religieuses, socio-économiques, etc. Par contraste, son avantage le plus net est une insertion vivante de l'histoire au coeur du déroulement de la méthodologie d'apprentissage scientifique, donc au coeur même de l'appréhension critique des concepts moteurs. *La claire conscience de cet aspect d'utilitarisme oriente les choix*, car il n'est pas possible d'enseigner toutes les mathématiques universitaires par la seule voie historique. Ce n'est pas possible faute de temps risque-t-on de comprendre? Là n'est pas la question. Le suivi méthodique et honnête du développement historique suscite bien souvent, en dehors d'une interprétation littéraire des textes, des difficultés proprement mathématiques, mais souvent étrangères — d'un strict point de vue scientifique — à la partie enseignée, et d'un niveau trop élevé ou trop spécialisé pour l'étudiant. Suivre strictement une démarche historique reviendrait alors à embrouiller le travail d'apprentissage et à oblitérer les automatismes à acquérir dans le maniement des notions mathématiques requises [14]. C'est donc sur les choix historiques à faire que la réflexion de l'enseignant doit être la plus pertinente et exige culture, accès aux documents, curiosité [15].

Utilitarisme dont une conséquence extrême est d'abolir l'existence professionnelle d'enseignants historiens des sciences ou des techniques qui ne seraient pas, en outre, engagés dans une activité scientifique classique au sein d'un département idoine. Sauf à reconnaître la validité d'improbables chercheurs, véritables bouffons acharnés à la publication d'énormes pavés critiques sur les grands textes du passé, publications dont seul le mathématicien professionnel dirait l'utilité, sinon le sens!

Utilitarisme dont il conviendrait alors de tirer un peu plus loin les conséquences profondes en ne confiant pas *au seul* professeur de mathématiques le soin de l'histoire. Et c'est peut-être là, dans le Secondaire qui se veut généraliste, que l'on peut espérer des changements utiles Le physicien, le philosophe, l'historien et l'économiste, en tant "qu'enseignants", ont aussi à parler de cette histoire des mathématiques pour ce qui les concerne et en utilisant les outils intellectuels propres à ces disciplines Car il ne s'agit pas de faire de la marmelade indistincte! Ces approches, ces éclairages distincts, selon des règles scientifiques reconnues, sont les seuls garants de l'exactitude d'un tableau historique (16) Naturellement, dans ces diverses disciplines, il y a *aussi* des choix à effectuer et des choix d'autant plus difficiles qu'ils mettent en cause des enseignants différents L'enseignant de mathématiques aura avantage à réfléchir sur un phénomène assez net dans la plupart des pays: l'intérêt pédagogique pour l'histoire décroît très sensiblement selon la hiérarchie scientifique traditionnelle: fort en mathématiques et en astronomie, il l'est moins en physique, encore moins en chimie, presque nul en biologie et en sciences naturelles. Si des mathématiciens professionnels font de l'histoire des mathématiques, de van der Waerden à Dieudonné, de Weil à Gårding, etc, le nombre de biologistes universitaires, praticiens de l'histoire de leur discipline, est bien faible Au niveau de l'enseignement secondaire, la présentation "génétique" des sciences naturelles est complètement passée de mode, le volet historique ne soulève souvent qu'un intérêt poli Cette situation de pionnier pourrait inciter le mathématicien à en rajouter, ne serait-ce qu'au nom de la culture! Là encore, l'excès risque d'être dommageable

Dommageable pour l'élève par excès de mathématiques d'abord, donc par vision trop catégorielle Mais surtout cette attitude n'aurait aucun caractère entraînant sur les collègues des autres disciplines Quelques actions *concertées* entre différents professeurs ont beaucoup plus de chances de laisser des traces durables Nous remettons à une autre fois la description d'une réalisation concrète

L'autre pôle conflictuel tient à la démarche propre du chercheur en histoire des sciences et des techniques, à sa discipline intellectuelle et scientifique:

Discipline en soi pour ceux qui considèrent que les mathématiques constituent d'abord un formidable legs du passé, certes en perpétuelle mouvance, un héritage dont la génèse mérite le méticuleux inventaire, au même titre, et sous la même rigueur critique, que l'histoire des institutions politiques, ou les styles artistiques et littéraires. La réalisation de cet inventaire inoui nécessite une spécificité particulière, tant dans le champ historique que dans le champ scientifique (17) D'une part, pour pénétrer vraiment la pensée d'un auteur scientifique d'hier, et pour en repérer la trame structurelle, il faut d'abord abolir certains concepts de la mathématique, s'écarter donc du chemin, devenir un hérétique en quelque sorte D'autre part, le rythme des acquisitions scientifiques, cette étrange pulsation de la praxis et de l'intellect humains, ne bat pas à l'unisson de l'histoire politique. Une conséquence pratique de l'attitude de rigueur et de minutie décrite est de provoquer un *isolement* de l'historien des sciences et des techniques, de l'enfermer dans un ghetto

L'affrontement des deux attitudes, utilitarisme et discipline en soi, en vient contradictoirement à tant porter au pinacle l'histoire des mathématiques que le vecteur humain de celle-ci, le seul palpable à vrai dire, l'historien des mathématiques, est soit nié dans son existence, soit complètement isolé, ce qui est une autre façon de nier. Une telle négation a des conséquences d'autant plus fâcheuses qu'elle évite de résoudre un problème crucial, celui précisément de la formation correcte des futurs historiens des sciences et des techniques Je n'ai pas la prétention d'en parler ici Je voudrais seulement noter que l'Université française qui connut des historiens des sciences accomplis avec P. Duhem et P Tannery vers 1900, avec G Bachelard et J. Cavaillès vers 1930, avec A Koyré vers 1950, et pour ne citer que des hommes décédés, trouve toujours difficilement à leur accorder un statut leur permettant de donner pleine mesure intellectuelle et surtout d'assurer leur descendance critique, de créer cette solution de continuité tissée d'un chercheur à l'autre On écrira peut-être un jour l'histoire triste des occasions manquées de 1800 à nos jours de l'historiagraphie des sciences françaises!

En conclusion, je voudrais marquer qu'il est bon de garder présentes à la mémoire les tensions analysées, aussi bien lorsqu'on lit un texte d'histoire des mathématiques que lorsqu'on utilise l'histoire des mathématiques dans un cours. *Pécher dans un sens ou dans un autre est dangereux*, tant pour le mathématicien que pour l'enseignant ou l'historien Et la meilleure façon d'éviter les excès, c'est d'abord de lire des textes originaux des mathématiciens du passé Cette remarque peut paraître banale Cependant, je suis persuadé que c'est la lecture seule de sources secondaires de l'histoire des mathématiques qui explique bien des erreurs fabulatrices en histoire et bien des rejets de la part des mathématiciens

Notes

[1] "Le livre de la nature est écrit en langue mathématique dont les symboles sont les triangles les cercles et autres figures géométriques sans l aide desquels on n'en comprend pas un mot, et l'on erre en vain dans un sombre labyrinthe" Galileo Galilei, *Opere*, volume 4, p 171

[2] Je ne mets pas, ici, en doute l'intérêt historique d'un auteur comme Hui Shi, dans sa tentative de formaliser le raisonnement en excipant de paralogismes au III^e siècle avant notre ère

[3] Et sans doute mon expression est-elle déjà incorrecte puisqu il faudrait au moins dire: la fonction f définie par $f(x) = 1/x$ lorsque x appartient à $\mathbb{R}\backslash\{0\}$

[4] Bien des commentaires furent écrits sur cette apathie et expliquent certains refus Je me permettrais ici de mentionner certaines publications françaises trop peu connues en dehors de l'hexagone

- Bulletin Inter-IREM N° 13: Fonctions sociales de l'enseignement des mathématiques
- Bulletin Inter-IREM N° 18: Histoire des sciences et épistémologie
- *On achève bien les IREM* Collectif de défense des Instituts de Recherche sur l enseignement des Mathématiques Paris: Solin 1979
- *La politique de l ignorance*. Recherches N° 41, Septembre 1980

L expérience française des IREM est résumée en français dans:

J Dhombres: l'Enseignement des mathématiques Une expérience française de formation continue des maîtres. *La Gazette des Sciences Mathématiques du Québec* Vol 11 N° 2 1977, p 3-21: et en anglais

J Dhombres: The teaching of mathematics. A French experiment in continuous teacher training *Ontario Math Gazette* Vol 16 N° 3, p 42-48

[5] Je ne nie pas, au contraire, l utilité d ouvrages généraux, riches de faits, fort vivants. comme ceux de Bell. et destinés à un très large public, par exemple:

Men of mathematics The lives and achievements of the great mathematicians from Zeno to Poincaré New York: Simon and Schuster, 1937

Mais il n'est pas souhaitable qu un enseignant de mathématiques limite sa connaissance de l'histoire de sa discipline à ce seul ouvrage. On peut, par exemple, être choqué par la mauvaise foi d'une remarque sur Berthollet ("Ce chimiste distingué et excentrique qui ne dut qu'à sa parfaite connaissance de la poudre à fusil de garder sa tête pendant la Terreur"), être dérangé par l'inexactitude attribuant à Fourier une chaire de mathématiques à l'École Normale de l'an III, etc

[6] Le petit ouvrage roboratif, d'une incisive clarté, de S. Drake: *Galileo* (Collection Past Masters. Oxford University Press. 1980) fera méditer.

[7] R Godement, dans la première édition de son cours d'algèbre (Paris, Hermann 1962) rappelait avec alacrité qu'un mathématicien de qualité ne doit pas nécessairement briguer un siège à l'Académie française

[8] Il ne m'est pas possible d analyser ici dans le détail diverses attitudes d enseignants. Ceux qui voudraient préciser les choses, et éventuellement sortir du seul cadre un peu étouffant des mathématiques, peuvent, par exemple, consulter les *Actes du Colloque Enseignement de l histoire des sciences aux scientifiques* (Nantes: 9-10-11 Octobre, 1980) Ces Actes publiés sous la responsabilité de la Société Française d'Histoire des Sciences. sont disponibles à l IREM de Nantes, 2, chemin de la Houssinière. 44072 Nantes cédex France)

[9] Oubliant, d'ailleurs, que Bourbaki prit soin de rédiger des notices historiques particulièrement riches, claires et documentées, à la fin de chacun de ses ouvrages Certes, on doit discuter l énoncé de certaines assertions de Bourbaki — le maître n'est pas infaillible — et je le ferai plus loin sur un cas concret Je signale. mais est-ce bien nécessaire, que toutes ces notices historiques sont réunies en un seul volume: Nicolas Bourbaki *Éléments d'histoire des mathématiques* (Hermann 1974; Nouvelle édition augmentée)

[10] *La Science et l hypothèse* chapitre II, La grandeur mathématique et l'expérience Réédition Flammarion 1968 Ce chapitre II est la reprise d'un texte paru dans *La Revue de Métaphysique et de Morale* Janvier 1893. p 26-34: "Le continu mathématique"

[11] C'est à cerner en détail un tel cheminement historique et philosophique que j'ai cru devoir n'attacher dans l'ouvrage

Nombre mesure et continu Épistémologie et histoire Collection Cedic, Nathan, Paris 1978

[12] Les mathématiques "modernes": Une erreur pédagogique et philosophique? *L'âge de la Science* 3, p. 225-236 Traduit en anglais dans *The American Scientist* 59 6 p 695-99: "Modern mathematics: an educational and philosophical error?"

[13] Presidential Address Cambridge. le 12 septembre 1980

[14] Le premier travail rigoureux sur la convergence des séries entières est celui de Gauss (1813): *Disquisitiones generales circa seriem infinitam* C'est un travail trop touffu, en un sens trop spécialisé pour pouvoir servir de base à un étudiant de 1ère année Par contre, ce texte est très adapté au niveau de la licence sous la direction d'un enseignant averti

[15] Les enseignants du secondaire de langue française ne sont pas dépourvus de textes généraux de qualité quant à l histoire des mathématiques. Ouvrages d'extraordinaire érudition concise comme le livre d'Hoffmann et Becker traduit de l'allemand (*Histoire des mathématiques* avec une préface de G Bouligand; Lamarre, Paris 1956). Ouvrages aux multiples facettes comme celui de P. Dedron et J. Itard (*Mathématiques et mathématiciens*. Magnard, Paris 1959) Et maints ouvrages lancés ces dernières années par les différents Irems À signaler aussi les textes diffusés par les Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences publiés par le Centre de Documentation Française d Histoire des Sciences, sous les auspices des CNRS Je note, en ce qui concerne les mathématiques.

N° 6: P. Dugas, *Sur la théorie des séries au XIXème siècle*

N° 14: P Souffrin, *Trois études sur l'oeuvre d'Archimède*

N° 16: J. P. Clero, *et al La naissance du calcul infinitésimal au 17ème siècle*

Malheureusement, manquent les éditions modernes, avec commentaires critiques certes, mais délivrés d'un apparat érudit rébarbatif de textes mathématiques classiques mais peu accessibles en librairie usuelle Il est ainsi impossible en 1981 de se procurer *La Géométrie* de Descartes en format de poche, avec critique en français On doit avoir recours à la traduction anglaise de D. E Smith et M L Latham (réédition Dover 1954) laquelle comporte heureusement un fac-similé de l original... ou revenir aux *Oeuvres Complètes de Descartes* publiées par Adam and Tannery et épuisées Un effort devrait être entrepris, notamment par l entremise de la Société Française d'Histoire des Sciences De toutes façons, les nouveaux programmes mathématiques pour les classes littéraires du secondaire comportent des séquences historiques Déjà de nombreuses discussions eurent lieu pour les choix, et à différents niveaux (cf l intervention de C Houzel au récent congrès de Mai 1981 à Pacy sur Eure, dont les comptes rendus doivent être publiés par l Irem de Provence)

[16] Et se pose d un coup le problème toujours neuf de la formation des maîtres Les mathématiciens ont peut-être trop eu tendance dans le passé, et afin de sauvegarder la structure de leur formation — sinon leur indépendance — à envisager la seule formation des enseignants de mathématiques Mais que dire du réel désarroi d'historiens contraints d'entreprendre un exposé d'histoire scientifique? La lecture des manuels français d'histoire, par exemple ceux sur la Révolution française, grand moment obligé des études secondaires, établit une nette baisse d informations scientifiques par rapport aux vieux manuels d'avant la guerre de 1914-1918 C est comme si la révolution scientifique que connut la France dans les années fécondes était gominée Adieu Carnot. Monge. Laplace. Lavoisier Chaptal Fourcroy, Lagrange, Fourier, etc

[17] Fournissons deux exemples empruntés aux meilleurs auteurs possibles pour bien souligner les difficultés Le premier nous sera fourni par N Bourbaki lequel indique, dans sa notice historique sur les nombres réels (p 187, opus cité), après avoir expliqué la théorie des grandeurs selon Eudoxe reprise par Euclide: "il est facile de voir que, de ce fondement axiomatique, découle nécessairement la théorie des nombres réels" et plus loin "il est clair d'ailleurs qu avec l'addition des grandeurs et la multiplication des rapports de grandeurs, ils possèdaient (les Grecs) l'équivalent de ce qu'est pour nous le corps de nombres réels bien que sous une forme beaucoup moins maniable" Nécessité d'une théorie qui mettra plus de vingt siècles à s'expliciter! Équivalent du corps des réels! Alors qu Euclide utilise sans l expliquer l'hypothèse de la quatrième proportionnelle l'unicité (inexacte) de l'ensemble de tous les rapports de grandeurs homogènes ou encore ne parle pas d un produit quelconque de rapports de grandeurs Le raccourci de Bourbaki est beaucoup trop guidé par le souci d une logique mathématique *a posteriori*, tellement tentante quand on lit l admirable Livre V d'Euclide, mais qui obscurcit plus qu'elle n'éclaire la démarche historique et les difficultés de la théorie jusqu'à Cantor, Bolzano Dedekind ou Weierstrass

Notre deuxième exemple est tiré de J Needham (*et al*) dans sa monumentale histoire de la science en Chine (*Science and Civilisation in China* Vol III; Cambridge University Press 1959; p 128), et d ailleurs aussi de D E. Smith (*History of Mathematics* Vol 2. New York: Ginn 1925) Needham et Smith s'étonnent d'un progrès soudain de l'étude des racines de polynômes en Italie, avec Léonard de Pise, mieux connu sous le nom de Fibonacci Ils émettent l'idée possible d'un contact avec la Chine où depuis longtemps de telles équations sont traitées et seront encore plus développées par l'École algébrique des Songs et des Yuans. Needham signale même que dès les Tangs (au 7ème siècle) un mathématicien s'est intéressé à des équations polynômiales dont le coefficient du plus haut degré est l'unité et les autres coefficients positifs (le terme constant était placé de l'autre côté du signe de l'égalité) Comme Fibonacci explore à son tour $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$, la liaison ferait acquise De fait, tout l'environnement diffère entre ce que font les algébristes chinois (et qui mériterait d'être mieux souligné dans les études occidentales) et ce que veut Fibonacci Pour les Chinois, il s'agit d'extraire des racines, à une approximation suffisante Pour Fibonacci, il s agit d'exhiber un "nombre" racine d'une brave équation polynômiale, mais non de la forme décrite par Euclide au Livre X des *Éléments* Si l on veut, Fibonacci montre l'*insuffisance* euclidienne de description des "nombres" de classification des nombres non-rationnels (cf. référence à la remarque (11)) On constate donc une épistémologie fondamentalement différente et on note que l'historien doit se doter d un fort sens mathématique pour pouvoir conclure