

ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES DANS UNE PERSPECTIVE DÉVELOPPEMENTALE : EXPÉRIENCES DE LA NORVÈGE

ÅSMUND LILLEVIK GJÆRE, NATALIA BLANK

Mona

C'est de là que vient la motivation. Lorsqu'ils travaillent un peu et qu'ils arrivent à se débrouiller, ils se disent : « Ooh, c'est amusant ! » n'est-ce pas ? Et plus tard, c'est là que se trouve la motivation pour essayer toutes les choses.

« Mona » est enseignante de mathématiques dans une école primaire norvégienne. Elle fait partie d'un groupe d'enseignants locaux qui partageaient une préoccupation particulière : leurs élèves ne trouvaient pas les cours de mathématiques réguliers suffisamment stimulants et s'ennuyaient.

Mona et les quatre autres enseignants qui sont entendus dans cet article ont, avec des centaines d'autres enseignants du primaire, abordé ce problème en remplaçant une série de manuels de mathématiques norvégiens très connus par des manuels élaborés dans les années 1990 sous la supervision de la mathématicienne et pédagogue russe Iren Arginskaya. Ces manuels s'inspirent du système didactique de Leonid V. Zankov (1901-1977), élève et collègue de Lev S. Vygotsky.

Sur la base des expériences particulières de ces enseignants, nous présentons ici un bref compte rendu des défis rencontrés et de la manière dont l'utilisation des manuels russes a transformé leurs visions de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques.

L'état de l'enseignement des mathématiques en Norvège

Les enseignants norvégiens sont libres de choisir leur matériel et leurs méthodes pédagogiques tant qu'ils respectent le programme général. Dans les classes norvégiennes, des recherches ont montré que les mathématiques ont souvent été enseignées de manière traditionnelle, en se concentrant sur le développement d'habiletés routinières, sur la mémorisation de faits isolés et d'algorithmes et en s'appuyant fortement sur les manuels scolaires (Alseth, Brekke et Breiteig, 2003). Traditionnellement, les manuels de mathématiques ont d'ailleurs été plus dominants dans l'enseignement dans les pays nordiques qu'ailleurs (Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt et Houang, 2002). Les résultats au test de mathématiques de niveau secondaire organisé par le *Norsk matematikkråd* (Conseil norvégien des mathématiques) et réalisé auprès d'étudiants en première année universitaire montrent que la situation actuelle est peu

satisfaisante. En 2017, un étudiant en ingénierie obtient en moyenne 46 % de bonnes réponses alors que les moyennes des étudiants en formation à l'enseignement et en économie sont respectivement de 41 % et 31 % [1].

Le système d'éducation développemental de Zankov

Le système d'enseignement élémentaire de Zankov a été mis au point après 20 ans de recherches approfondies dans les écoles de l'ancienne Union soviétique. Bien que ce système ait déjà été présenté à un public international (Boguslavsky, 2015 ; Guseva et Solomonovich, 2017 ; Zankov, 1977), cet article donne un aperçu de son application à l'enseignement des mathématiques dans un contexte occidental [2].

L'objectif principal du système de Zankov est « striving to reveal the potential of [each] pupil and to create favorable conditions for its development » [3] (Zankov, 1977, p. 62) — ce qui signifie non seulement leur développement mental, mais aussi le développement de leurs « abilities, natural gifts, independence, and initiative » [4] (p. 255). Le système repose sur cinq principes interconnectés (Zankov, 1977) :

- Le haut niveau de difficulté visé par l'enseignement
- Le rôle prépondérant des connaissances théoriques
- Le rythme rapide
- La sensibilisation des élèves aux processus d'apprentissage
- Le développement systématique de chacun des élèves dans la classe

Le projet norvégien de mise en œuvre du système de Zankov dans l'enseignement des mathématiques s'appelle le Developmental Education in Mathematics (DEM) et existe pour les classes de niveaux 1 – 4.

Mise en place du DEM en Norvège

Le projet DEM a débuté en 2009 lorsqu'une enseignante de l'école primaire, insatisfaite de sa pratique, a sollicité les conseils de Natalia. Ensemble, elles ont cherché à explorer de nouvelles possibilités. Elles se sont arrêtées sur les livres d'Arginskaya parce qu'elles y ont vu différents avantages, dont certains sont brièvement expliqués ici. Les manuels d'Arginskaya couvrent le programme norvégien en mathématiques et peuvent ainsi facilement être intégrés dans l'enseignement.

Natalia, en collaboration avec d'autres chercheurs de notre université, a traduit et adapté les manuels au contexte norvégien, rédigé des guides pour les enseignants et proposé des ateliers aux enseignants intéressés [5]. Plus de 70 écoles primaires norvégiennes utilisent actuellement le DEM. Il peut être utile de noter que les enseignants utilisent ce système avec un soutien limité, hormis quelques ateliers du soir occasionnels.

Notre étude

Nous visons à déterminer si, et de quelle manière, l'emploi de ces manuels a contribué à sensibiliser les enseignants participants à notre étude à des méthodes novatrices pour enrichir l'expérience d'apprentissage en mathématiques de leurs élèves. Les enseignants de notre étude ne sont qu'un petit échantillon relativement aux nombreux enseignants qui utilisent le DEM. Quatre d'entre eux, Mona, Siri, Henry et Anne (pseudonymes), font partie de ceux qui ont adopté le DEM dans ses débuts. De son côté, Vivi était une enseignante « inexpérimentée » qui n'utilisait le DEM que depuis trois mois au moment des entrevues.

D'un point de vue méthodologique, nous nous appuyons sur Coles (2018) qui détaille et classe différentes façons dont l'apprentissage des enseignants peut être observé à partir du discours. Nous concevons les réflexions des enseignants présentées dans cet article en tant qu'*autodéclarations témoignant de nouvelles sensibilités*, où les « listeners are offered a description of a change and an associated new awareness » [6] (p. 24), fournissant ainsi des preuves de l'apprentissage professionnel des enseignants.

Nous avons organisé l'article en fonction des cinq principes théoriques de Zankov, tout en nous appuyant sur des citations tirées des entrevues afin de souligner les expériences des enseignants avec le système de Zankov.

Le haut niveau de difficulté visé par l'enseignement

You may be very much interested in your students and guide them well, but if you don't give them an opportunity to suffer a little on their own with some problems, as a rule, nothing happens afterwards. But if you get them excited about doing something, they will fight through. [7] (Arnold Ross, cité dans Jackson, 2001, p. 698)

Zankov et son équipe ont été les premiers à étudier la théorie historico-culturelle de Vygotsky dans le cadre d'expérimentations scolaires à grande échelle (Zankov, 1977). Au cœur du système se trouve le concept de Zone proximale de développement (ZPD) de Vygotsky, un domaine d'action où la collaboration en classe peut avoir des effets bénéfiques sur le développement.

Ce principe se caractérise « primarily by the fact that it reveals the child's mental powers and gives it room and direction » [8]. Il implique à la fois « the complexity of the material and [...] the exertion of effort by the pupils » [9] (Zankov, 1977, p. 55). Cette idée a résonné chez tous les enseignants qui ont participé à l'étude. Vivi, qui était assez critique à l'égard d'autres aspects du DEM, considérait le

principe du haut niveau de difficulté comme un élément central du système et s'y est montrée très favorable :

Vivi

Ce que j'aime vraiment, c'est que les élèves n'ont pas à apprendre une seule façon de faire et c'est tout. Ils doivent réfléchir, penser, oser faire des erreurs. Ils doivent se mettre au défi et se trouver dans cette zone effrayante [*pires*] avant que nous arrivions à trouver une solution ensemble.

Ici, Vivi souligne plusieurs aspects importants liés à ce principe. Elle souligne l'importance de l'activité propre des élèves (*ils* doivent réfléchir, penser et faire des erreurs), ainsi que de l'investissement émotionnel qui leur est demandé (*oser* se tromper, affronter cette *zone d'incertitude*) pour s'engager dans des défis mathématiques. En explicitant que nous arrivions à une solution ensemble, elle conçoit l'enseignement des mathématiques comme une activité sociale, comme une collaboration entre un enseignant et ses élèves, ce qui est au cœur du concept de ZPD.

Prenons, par exemple, la tâche présentée dans la figure 1, tirée du manuel de deuxième année. Ce type de tâches qui introduisent de nouveaux concepts ou de nouvelles procédures est souvent présenté étape par étape par l'enseignant dans le cadre de discussions plénières avec la classe entière, en respectant l'ordre de la tâche et en ne dévoilant pas la conclusion principale. La tâche est conçue de manière à montrer clairement aux élèves que leurs méthodes de résolution précédentes sont insuffisantes (tâche b). Cette insuffisance soulève un obstacle et la nécessité d'acquérir de nouvelles connaissances pour la surmonter (tâche c). Notez que le livre ne fournit pas de réponse toute faite pour la tâche c. Ceci rend

66

a) Copy the equations in your workbook.

$9 + 7 = 16$	$c = c$	$15 - 8 < 10$
$x - 9 = 5$	$14 - k = 8$	$16 - y = 8$
$7 + 6 < 16$	$a + 3 = 12$	$12 - 7 = 5$
$b + 1 = b$	$17 - 6 > 8$	$11 + 5 = 16$

b) Try to solve the equations. Did you have trouble with some of them? Why?

c) Is there an equation in a) that has no solution? Which one?
Is there an equation in a) that has infinitely many solutions? Which one?

d) Read and try to remember:

A number is called a **root of an equation** if the equality becomes true when the unknown is replaced with this number.
Solving an equation means finding all roots of the equation or showing that the equation has no solution.

e) Find the roots of the equations.

$m + 7 = 13$	$9 + p = 11$
$15 - n = 6$	$e - 7 = 8$

f) Write several equations with root 3.

g) Write an equation that has no solution.

h) Write an equation that has infinitely many solutions.

Figure 1. La tâche 66, une tâche fondée sur un problème nécessitant de nouvelles connaissances. (Arginskaya et al., 2015, p. 32).

les élèves responsables de leurs choix et leur donne l'espace pour cocréer de nouvelles connaissances.

Le DEM est exigeant pour les élèves, mais cela ne signifie pas qu'il est stressant. En fait, les enseignants considèrent le défi comme un facteur clé de la motivation de leurs élèves, comme le montre la citation de Mona en ouverture de l'article. Siri souligne un autre avantage :

Siri Je peux aussi l'utiliser dans les cours de norvégien ; je peux utiliser des textes que je pense être un peu au-dessus de leur niveau. Mais si nous travaillons ensemble, je crois que nous sommes capables de les comprendre de toute façon, les textes de niveaux supérieurs. Et ils l'acceptent, parce qu'ils y sont habitués en mathématiques. « OK, nous allons travailler sur quelque chose de difficile » et ils sont d'accord.

Siri souligne la généralité de ce principe : la capacité et l'inclination des élèves à relever des défis sont bénéfiques pour leur activité académique en général. Une conséquence importante du niveau élevé de difficulté est qu'il est nécessaire que l'enseignant joue un rôle central en soutenant les élèves à tous les stades de leur résolution de problèmes, y compris la compréhension de la tâche :

Anne À plusieurs reprises, même en quatrième année, les élèves avaient de la difficulté à lire seuls ce qu'ils devaient faire. [...] Il faut donc en parler avec eux, leur dire « qu'est-ce que ça dit ici » et « qu'est-ce qu'il est important d'en tirer », peut-être simplifier quelques mots ou utiliser d'autres mots qui ont le même sens, et alors ils disent « Aha, OK! ».

Ceci signifie que les enseignants qui préfèrent faire travailler leurs élèves individuellement sur une série de tâches pendant le cours ne trouveront probablement pas le DEM intéressant. Même si de nombreuses tâches d'Arginskaya se prêtent à un travail individuel, la discussion avec l'ensemble de la classe est au cœur de la « leçon de Zankov » [10]. Compte tenu du niveau élevé de difficulté, nos participants ont souligné l'importance de développer non seulement les aspects intellectuels de l'activité mathématique, mais aussi les aspects affectifs, en particulier la réduction de l'anxiété et l'augmentation de la motivation. Ils ont conseillé d'établir un environnement de classe sécuritaire où les élèves peuvent proposer des idées nouvelles ou différentes sans craindre d'être ridiculisés ou rejetés. Selon nos participants, cela signifie qu'il faut considérer les mauvaises réponses comme des opportunités d'apprentissage, féliciter les élèves qui reviennent sur leurs réflexions, cultiver une atmosphère de soutien général et développer une attitude positive chez les élèves.

Le rôle prépondérant des connaissances théoriques

Le rôle prépondérant des connaissances théoriques signifie que « skills are formed on the basis of general development

and of the deepest possible understanding of various concepts, relationships and dependences » [11] (Zankov 1977, p. 57). Ce principe exige que les thèmes étudiés soient reliés entre eux de manière systématique et logique, de sorte que les élèves puissent progressivement avoir une vue d'ensemble du sujet et comprendre plus profondément les liens entre les différents sujets et les idées mathématiques au cours du processus d'apprentissage. Pour ce faire, les élèves sont invités à comparer, analyser, synthétiser, justifier, distinguer l'essentiel du non-essentiel, évaluer les procédures et les résultats, généraliser et expliquer les concepts, les symboles et les définitions. Toutefois, cela ne signifie pas d'insister sur les aspects formels des mathématiques à chaque occasion, ce qui serait aliénant pour les élèves et irait à l'encontre de la philosophie du DEM. L'activité mathématique doit à la fois être significative pour les élèves et conduire à un riche réseau de connaissances conceptuelles.

Dans les manuels, ce principe est mis en œuvre de différentes manières. L'une d'entre elles consiste à offrir aux élèves la possibilité d'analyser les relations dans une tâche, comme présentée à la figure 2. Arginskaya (dans Zankov, 1977, pp. 182-203) a étudié la formation du concept de « problème » chez les élèves. Ses manuels orientent les élèves vers les différentes composantes de la structure générale des problèmes exprimés en mots, telles que l'information, la question, l'information superflue ou manquante, et les quantités connues et inconnues. L'un des objectifs est que les élèves soient capables de schématiser les problèmes de différentes manières, par exemple selon le schéma suggéré dans la tâche (b). Un autre objectif est que les élèves manipulent la structure générale du problème en créant des problèmes « inversés » dans lesquels les éléments connus et inconnus changent de rôle (tâches b et c).

Plusieurs des tâches d'Arginskaya favorisent la pensée relationnelle et sont liées les unes aux autres de diverses manières. Elles abordent des sujets sous des angles multiples et se complètent et s'enrichissent mutuellement. Ceci exige que les connaissances créées par les élèves soient systéma-

103 a) Write the word problem short and solve it.

A father, a mother and a son are 68 years old combined. The son is 8 years old; the father is 4 times older than the son is. How old is the mother?



b) Did you get something like this?

The son: 8 years	} ?
The mother: 28 years	
The father: 7, 4 times older	
Make a word problem that fits the schema.	

Is this an inverse problem to the problem in a)?

c) How many inverse problems can we make?

Figure 2. Tâche 103, illustrant l'accent mis sur la structure générale des problèmes exprimés en mots. (Arginskaya, et al., 2016, p. 57).

tisées sur une base théorique. Lorsqu'on lui a demandé ce qui était au cœur du système DEM, c'est-à-dire la caractéristique qui le distinguait de sa pratique antérieure, Mona a simplement répondu : « Apprendre à penser ! » Elle a opposé les idéaux de Zankov en matière de raisonnement autonome avec une approche basée sur l'imitation des manuels qu'elle avait utilisés jusque-là.

Le développement du langage mathématique est une caractéristique importante de l'approche développementale et les manuels d'Arginskaya encouragent l'utilisation précise des termes mathématiques. Nos participants ont noté une différence avec les manuels norvégiens, particulièrement dans les manuels de première année. L'un des objectifs de la première année est d'établir un large répertoire de vocabulaire mathématique qui sera constamment répété et élargi au cours des années suivantes — une « banque de concepts », comme l'a dit Henry. Nos participants ont noté que le vocabulaire précis et partagé avait rendu la communication mathématique de leurs élèves beaucoup plus claire et efficace que celle de leurs anciens élèves « traditionnels ».

Par contre, le vocabulaire peut déconcerter les enseignants qui n'en ont pas l'habitude et qui pensent que leurs élèves ne le comprendront pas. Il s'agit de la principale critique de Vivi relativement au DEM :

Vivi J'ai parlé avec l'enseignante de première année, qui est nouvelle tant en enseignement qu'avec le DEM. Nous sommes d'accord pour dire que le texte est très lourd et qu'il est très difficile de faire travailler les élèves de manière autonome et de leur faire comprendre les tâches. J'ai l'impression de passer beaucoup de temps à traduire les tâches : « Qu'est-ce qu'on est censé faire ici ? » [...] Je vois beaucoup de regards vides si je me contente de leur lire ce qui est dans le livre. J'ai travaillé le langage pendant plusieurs années et mon souci est qu'il soit un moyen de communication et non une barrière. Mais, selon mon expérience ici, il devient rapidement une barrière.

Racontant les frustrations de ses élèves, Vivi ajoute qu'elle a eu recours à d'autres moyens pour rendre les mathématiques plus accessibles, comme la conception d'activités pratiques (par exemple, la pâtisserie) et l'utilisation d'un autre manuel à plusieurs reprises. Elle n'a pas mentionné la lecture de tâches comme une capacité mathématique particulière devant être soutenue et développée. Alors qu'Anne (ci-dessus) s'attendait à passer du temps dans ses cours à expliquer et à discuter des tâches avec ses élèves, Vivi aimerait que les tâches soient plus faciles d'accès pour que ses élèves puissent les lire par eux-mêmes et s'engager immédiatement dans la recherche de solutions. Elle a émis de sérieux doutes quant à l'impact des manuels sur ses élèves les plus faibles, car les tâches étaient difficiles d'accès. Elle a désapprouvé les livres et nous a demandé de les réviser.

Au départ, le langage rigoureux s'est aussi avéré être un défi pour nos enseignants « expérimentés ». Mona et Siri ont toutes deux déclaré qu'elles étaient devenues très gênées par

l'utilisation des mots, se surprenant à faire des erreurs et s'inquiétant de ne pas « bien faire les choses ». Après quatre ans à travailler avec le DEM, elles sont toutefois devenues beaucoup plus confiantes :

Siri Ils sont habitués, depuis la première année, aux nombreux mots et expressions mathématiques. Au début, j'avais [...] peur de faire des erreurs, « Oh, je dois toujours utiliser les bons concepts mathématiques ». Mais avec le temps, je suis devenue plus sereine. [...] Par exemple, je dis parfois quotient, parfois division, et je les utilise indifféremment. Et je pense que ça crée plus de sens pour les élèves, plus que si vous utilisez simplement les concepts mathématiques corrects tout le temps.

Siri a également décrit une leçon qu'elle avait enseignée en deuxième année, durant laquelle elle et ses élèves avaient discuté d'une figure géométrique que plusieurs élèves avaient décrite simultanément comme un quadrilatère, un rectangle et une courbe fermée.. Selon elle, un vocabulaire mathématique riche et cohérent permet non seulement aux élèves d'approfondir leur compréhension, mais permet aussi à un plus grand nombre d'entre eux de participer activement à la conversation, puisqu'il y a toujours plus à dire sur l'objet mathématique. Développer la précision et la flexibilité des élèves dans l'utilisation des concepts fait partie du travail de l'enseignant, qui doit lui-même être précis et flexible. Pour Siri, c'est quelque chose qui s'est fait progressivement à travers l'expérience, l'utilisation des livres et l'enseignement à ses élèves.

Le rythme rapide

Ce principe, qui peut être appelé *festina lente* — « se dépêcher lentement » — est étroitement lié au premier principe. Il signifie avant tout un mouvement constant vers l'avant et l'absence de répétitions multiples. Il n'implique pas une « hâte excessive », mais plutôt un « continuous enrichment of the pupils' minds, where a broad curriculum creates favorable conditions for the ever deeper understanding of the information obtained, since this information is incorporated into a widely developed system » [12] (Zankov, 1977, pp. 57–58). Les leçons sont généralement caractérisées par une forte intensité et par la variété des modalités de travail en classe. Le rythme et le tempo maintiennent l'attention des élèves et un certain degré d'intensité émotionnelle; ils sont obtenus majoritairement à travers la variété d'actions et de procédures dans lesquelles les élèves sont impliqués et par la progression réfléchie de ces actions et procédures (Karp, 2004). Appliqué aux mathématiques, cela signifie renoncer en grande partie aux exercices mécaniques centrés sur des procédures isolées et qu'il faut plutôt faire revenir régulièrement les concepts antérieurs dans de nouveaux problèmes.

La répétition est répartie sur l'ensemble de l'année scolaire (répétition échelonnée), de sorte que les concepts clés sont constamment revus et reliés à des concepts connexes. Cela signifie qu'il n'y a pas de chapitres traitant de sujets isolés, par exemple un chapitre sur la mesure, puis un autre

sur l'addition et la soustraction et ainsi de suite. Au contraire, tous les sujets mathématiques d'une année scolaire sont enseignés en parallèle et reliés les uns aux autres. Il existe des preuves que la répétition échelonnée présente des avantages pour l'apprentissage à long terme par rapport à la répétition intensive (Kang, 2016).

Mona Comme ils ont des tâches aussi variées, ils ne sont pas bloqués en géométrie pendant deux mois, puis en fractions pendant deux mois. Le fait que nous explorions des sujets différents tout au long de l'année leur permet de trouver leurs propres stratégies. Ils ne sont pas bloqués par l'*algorithme*.

La répétition échelonnée permet à l'enseignant de passer à autre chose, même s'il n'est pas entièrement satisfait de la compréhension des élèves après une leçon particulière, parce qu'il y aura de nombreuses occasions de retravailler le même contenu mathématique par la suite. Nos participants ont décrit ce changement particulier de pratique comme étant nouveau, « effrayant », et comme étant une sorte d'acte de foi. Ce n'est que rétrospectivement qu'ils ont constaté que la compréhension des élèves se faisait de toute façon grâce aux répétitions régulières. La structure systématique des manuels n'était cependant pas si claire pour les enseignants au début. En utilisant les manuels dans leurs classes pendant plusieurs années, ils ont fini par se familiariser avec la manière dont les tâches sont liées les unes aux autres et comment Arginskaya développe progressivement les concepts mathématiques. Mona a déclaré : « Après quatre ans, nous avons compris que *chaque tâche* a un objectif. Il n'y a pas de "remplissage" où l'on fait quelque chose juste pour faire quelque chose ». Selon les enseignants, après environ quatre ans, ils ont fini par apprendre à ne pas s'inquiéter du déroulement d'une seule leçon et à se concentrer plutôt sur un développement à long terme.

La sensibilisation des élèves aux processus d'apprentissage

Les élèves bénéficient non seulement d'une réflexion sur des sujets mathématiques, mais aussi sur leur propre activité d'apprentissage : ce qu'ils font, comment et pourquoi. Cet objectif peut être atteint de différentes façons, comme dans cette tâche tirée du manuel de troisième année (Arginskaya et al., 2016) :

Write a short version of the word problem and solve it:

*Joakim picked 18 boxes of strawberries in two days.
How many boxes of strawberries will he pick in six days if he keeps on like this?*

Find another way to solve the problem. Compare the different strategies. Which strategy do you think is best? [13] (p. 64)

Le guide de l'enseignant propose différentes stratégies de résolution et des suggestions pour une discussion en collectif sur leurs points forts et leurs limites. L'invitation à « rédiger une version courte » peut indiquer une approche similaire à celle présentée à la figure 2. La mention explicite de différentes solutions et heuristiques générales oriente l'attention des élèves vers leurs propres façons de penser et

de faire des mathématiques et celle des autres, en tournant l'attention « inward, toward study activity » [14] (Zankov, 1977, p. 60). Selon nos participants, le fait de sensibiliser les élèves à leur propre activité d'apprentissage les a rendus plus réfléchis dans leur résolution de problèmes, renforçant ainsi leur autonomie en tant qu'apprenants :

Anne En mathématiques traditionnelles, on apprend une façon de faire et on la met en pratique. Et si vous obtenez un mauvais nombre, et bien, vous continuez. J'ai vu *beaucoup* d'élèves faire ça. Ils se précipitent et ne remarquent pas leurs erreurs. Alors que nos élèves d'aujourd'hui, pour la plupart, semblent plus attentifs à « ce qui se passe ici ». Ils ne se contentent pas de courir, ils s'arrêtent et réfléchissent. Ils ont appris certaines stratégies, comme « combien de chiffres devraient avoir la réponse », et ils découvrent que « oh, c'est probablement faux ». [...] C'est le cas de la plupart d'entre eux. On ne peut pas tous les atteindre.

Les autres participants étaient d'accord avec Anne. Sensibiliser les élèves aux stratégies générales de résolution de problèmes a été un thème récurrent dans les entrevues que les enseignants considéraient comme une particularité du DEM, ce qui suggère un changement de perspective relativement à cet aspect de l'enseignement des mathématiques.

Le développement systématique de chacun des élèves dans la classe

Compte tenu du niveau de difficulté élevé, il est tentant de conclure que les manuels d'Arginskaya conviennent mieux aux élèves de niveau moyen à élevé et qu'une approche plus traditionnelle fonctionnera mieux avec ceux d'un niveau inférieur. Nos participants « expérimentés » ont vivement contesté ceci, affirmant que le DEM leur avait permis d'élever des groupes entiers d'élèves à un niveau supérieur à ce qu'ils auraient pu faire avant. Anne a décrit un de ses élèves ayant de grandes difficultés dans toutes les matières scolaires et se qualifiant pour une éducation spécialisée, qui était toutefois en mesure d'aimer les mathématiques grâce aux tâches d'Arginskaya :

Anne Il n'a pas appris à écrire les nombres avant la troisième année, et je parle des nombres de zéro à dix. Mais grâce à toutes les discussions et au fait qu'il y avait beaucoup d'images, cet élève a été très actif et a pu faire preuve d'une grande maîtrise. Je commençais par quelque chose de simple et il était actif. [...] Et je pense qu'il a *saisi* beaucoup de tâches que je n'aurais pas pensé lui donner autrement. Si j'avais utilisé un système traditionnel, je pense que ça aurait été fatigant pour lui, parce que ça aurait engagé à s'asseoir et à calculer, choses qu'il ne pouvait pas faire.

Anne attribue ici la réussite relative de son élève à la variation et à la richesse des tâches, un point de vue généralement partagé par les participants « expérimentés ». Plusieurs problèmes d'Arginskaya sont conçus selon une approche d'investigation, faciles à aborder et offrant des solutions possibles et des prolongements. De tels problèmes permettent à une diversité d'élèves d'apprendre à différents niveaux, il existe des preuves qu'une approche créative, basée sur les problèmes, est en fait particulièrement efficace pour les élèves dits plus faibles sur le plan cognitif (Norqvist, Lithner, Jonsson et Liljekvist, 2015). Selon les enseignants, tant les élèves « forts » que les élèves « faibles » ont bénéficié du passage au DEM.

Réflexions finales

Revenons à notre question : Le DEM a-t-il permis aux enseignants de se sensibiliser à des manières d'impliquer et de stimuler leurs élèves et de leur offrir une expérience d'apprentissage plus riche en mathématiques ? Les histoires racontées par nos participants « expérimentés » répondent à cette question par l'affirmative. La comparaison de leurs pratiques actuelles avec leurs pratiques antérieures nous permet de constater un changement majeur dans la manière d'aborder leur enseignement des mathématiques avant et après le DEM. Leurs visions ont changé relativement à l'apprentissage des mathématiques, à la créativité mathématique, au développement de la pensée des élèves en ayant une perspective à long terme et à la nécessité de stimuler et d'impliquer les élèves, qu'ils soient performants ou non.

Quant à Vivi, les manuels d'Arginskaya n'ont pas répondu à ses attentes vis-à-vis les mathématiques de l'école primaire et, selon elle, ses élèves ont rencontré des difficultés dans les tâches proposées. Cependant, les enseignants les plus expérimentés nous ont dit qu'ils avaient eux aussi rencontré des difficultés au début, il serait donc intéressant de revenir sur les expériences de Vivi dans quelques années.

Une des raisons de ce développement des enseignants pourrait se trouver dans leurs manières d'utiliser les guides de l'enseignant :

Siri Au début, j'ai lu le guide comme ceci [*fait semblant de lire un livre attentivement*], puis j'ai remarqué, au fur et à mesure que je prenais confiance, que je pouvais mettre le livre de côté. Je le lisais rapidement pour comprendre l'idée qui sous-tendait une tâche et, ensuite, je pouvais enseigner.

Ball et Cohen (1996) suggèrent que les guides de l'enseignant détaillés sont importants pour la contribution du matériel pédagogique au développement de l'enseignant. La capacité des enseignants à tirer profit du soutien du guide de l'enseignant décrit par Siri pourrait être la clé de leur développement en utilisant le DEM.

En changeant sa pratique, l'enseignant a besoin d'être convaincu qu'il fait ce qu'il y a de mieux pour les élèves, comme nous l'a dit Siri :

Siri Je pense qu'il faut des enseignants qui y croient. Je pense que ça dépend de l'en-

seignant. Si vous n'y croyez pas, je ne pense pas que ça fonctionnera pour les élèves.

Cependant, dans le cas où un enseignant doit trouver un système qui convient aux besoins de ses élèves, Zankov (1999) donne plusieurs conseils pratiques. Nombreuses de ses suggestions concernent le soutien de l'autonomie et de l'initiative des élèves, comme faire une pause après les questions, ne pas intervenir dans la réflexion des élèves et leur laisser la liberté de trouver leurs propres solutions et commettre leurs propres erreurs. Zankov a également plaidé en faveur de méthodes d'enseignement actives, telles que le jeu ou le théâtre pour développer le potentiel créatif des élèves, de même que pour cultiver leurs sympathies et leur donner la liberté d'exprimer leurs émotions.

Enfin, et surtout, Zankov suggère que l'enseignant devrait pouvoir devenir un « partenaire égal » aux élèves, une idée qui se reflète dans une compréhension particulière du terme russe *obučenie* (éducation). Selon Roth (2017), la notion dialectique d'*obučenie* désigne l'activité organisée et intégrale d'enseignement-apprentissage. Cela implique non seulement l'interdépendance et l'inséparabilité des actes des enseignants et des apprenants, mais aussi l'idée que les enseignants puissent apprendre et que les apprenants puissent enseigner (par exemple, en proposant des réponses inattendues ou suscitant la réflexion), en allant au-delà de leurs rôles institutionnalisés. Une telle philosophie d'enseignement exige de l'enseignant qu'il soit flexible, ouvert d'esprit et à l'écoute des solutions et des façons de penser des élèves.

Certaines idées présentées dans cet article peuvent sembler familières à de nombreux lecteurs, même si la plupart n'ont jamais entendu parler de Zankov auparavant. Certaines dimensions de son système contribuent au discours actuel des chercheurs en didactique des mathématiques. Une de ces dimensions se retrouve dans l'expression *festina lente* : l'idée selon laquelle l'enseignement de tous les sujets mathématiques d'une année scolaire de façon parallèle et en relation les uns avec les autres tout au long de l'année permet d'accélérer le rythme d'apprentissage et de développement des élèves. Le principe est simple et intuitif et est soutenu par des études (Kang, 2016); toutefois, de nombreux enseignants de mathématiques et auteurs de manuels créent des divisions artificielles entre les concepts en traitant les sujets séparément, contrairement à une vision de l'enseignement des mathématiques riche en relations.

Mason (2010) a déclaré à propos du domaine de recherche sur l'enseignement des mathématiques que « each generation [is] revisiting and reconstructing classic insights and awareness » [15] et que, malgré la prolifération des publications académiques, « rarely do we get evidence that the framework has enabled teachers to modify their practice and so influence student learning » [16] (p. 6). L'approche développementale de Zankov pourrait constituer l'un de ces cadres.

Cet article ne représente qu'une première exploration de la mise en œuvre du DEM en Norvège. De nombreuses questions demeurent, par exemple à savoir si les élèves norvégiens du DEM présentent ou non des avantages par

rapport aux élèves « traditionnels » en termes de compétences et de connaissances, de rythme d'apprentissage ou d'attitudes à l'égard des mathématiques.

Remerciements

Nous remercions les professeurs V. Freiman et F.E. Tønnessen pour les discussions aidantes, ainsi que les évaluateurs anonymes pour leurs précieux commentaires.

Notes

- [1] <https://matematikklandet.no/> (en norvégien).
- [2] Alors que le système de Zankov couvre à l'origine toutes les disciplines de l'école élémentaire, la version norvégienne ne concerne que les mathématiques.
- [3] en français : s'efforcer de révéler le potentiel de [chaque] élève et de créer des conditions favorables à son développement.
- [4] en français : habiletés, dons naturels, indépendance et initiative.
- [5] Site web du projet DEM : <https://en.matematikklandet.no/> (en anglais).
- [6] en français : ceux qui écoutent se voient offrir une description d'un changement et une nouvelle sensibilité associée.
- [7] en français : Vous pouvez être très intéressé par vos élèves et bien les guider, mais si vous ne leur donnez pas l'occasion de souffrir un peu par eux-mêmes avec quelques problèmes, de manière générale, il ne se passe rien par la suite. Mais si vous leur donnez envie de faire quelque chose, ils se démèneront pour y arriver.
- [8] en français : principalement par le fait qu'il révèle les capacités mentales de l'enfant et lui donne de l'espace et une direction.
- [9] en français : la complexité du matériel et [...] l'exercice d'efforts de la part des élèves.
- [10] Pour en savoir plus sur la leçon de Zankov : <http://en.matematikklandet.no/questions-answers/> (en anglais).
- [11] en français : les compétences sont formées sur la base d'un développement général et d'une compréhension aussi profonde que possible des divers concepts, relations et dépendances.
- [12] en français : enrichissement continu de l'esprit des élèves, où un vaste programme crée des conditions favorables à une compréhension toujours plus profonde de l'information obtenue, puisque cette information est comprise dans un système largement développé.
- [13] en français : Rédigez une version courte du problème et résolvez-le : *Joakim a cueilli 18 caisses de fraises en deux jours. Combien de caisses de fraises ramassera-t-il en six jours s'il continue ainsi ? Trouvez une autre façon de résoudre le problème.* Comparez les différentes stratégies. Quelle est, selon vous, la meilleure stratégie ?
- [14] en français : vers l'intérieur, vers l'activité d'étude.
- [15] en français : chaque génération [revisite] et reconstruit les idées et les prises de conscience classiques.
- [16] en français : nous obtenons rarement la preuve que le cadre développé a permis aux enseignants de modifier leur pratique et d'influencer ainsi l'apprentissage des élèves.

Références

- Alseth, B., Brekke, G. et Breiteig, T. (2003) *Evaluering av Reform 97. Endringer og utvikling ved L97 som bakgrunn for videre planlegging og justering—matematikkfaget som kasus. [Évaluation de la réforme 97. Les changements et le développement de la L97 comme toile de fond pour une planification et un ajustement ultérieurs — le cas des mathématiques]*. Telemarksforskning.
- Arginskaya, I., Ivanovskaya, E., Kormishina, S., Blank, N. et Melhus, K. (2015) *Matematikk Grunnbok 2A*. Barentsforlag.
- Arginskaya, I., Ivanovskaya, E., Kormishina, S., Blank, N., Tveit, C. et Melhus, K. (2016) *Matematikk Grunnbok 3A*. Barentsforlag.
- Ball, D.L. et Cohen, D.K. (1996) Reform by the book: what is—or might be—the role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform? *Educational Researcher* **25**(9), 6–14.
- Boguslavsky, M.V. (2015) Vital pedagogy of Leonid Zankov. *Russian-American Education Forum* **7**(3). En ligne: <http://www.rusameeduforum.com/content/en/?task=art&article=1001153&iid=23>
- Coles, A. (2018) On observing mathematics teacher learning. *For the Learning of Mathematics* **38**(3), 19–24.
- Guseva, L. et Solomonovich, M. (2017) Implementing the Zone of Proximal Development: from the pedagogical experiment to the Developmental Education System of Leonid Zankov. *International Electronic Journal of Elementary Education* **9**(4), 775–785.
- Jackson, A. (2001) Interview with Arnold Ross. *Notices of the AMS* **48**(7), 691–698.
- Kang, S.H.K. (2016) Spaced repetition promotes efficient and effective learning: policy implications for instruction. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences* **3**(1), 12–19.
- Karp, A. (2004) Examining the interactions between mathematical content and pedagogical form: notes on the structure of the lesson. *For the Learning of Mathematics* **24**(1), 40–47.
- Mason, J. (2010) Mathematics education: theory, practice & memories over 50 years. *For the Learning of Mathematics* **30**(3), 3–9.
- Norqvist, M., Lithner, J., Jonsson, B. et Liljekvist, Y. (2015) Creative reasoning more beneficial for cognitively weaker students. Dans Krainer, K. et Vondrová, N. (dir.) *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, pp. 502–503. Charles University.
- Roth, W.-M. (2017) *The Mathematics of Mathematics: Thinking with the Late, Spinozist Vygotsky*. Sense Publishers.
- Valverde, G.A., Bianchi, L.J., Wolfe, R.G., Schmidt, W.H. et Houang, R.T. (2002) *According to the book—using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Kluwer Academic.
- Zankov, L.V. (1999) Besedy s uchitel'jami [Conversations avec les enseignants]. Dans Zankov, L.V. (dir.) *Izbrannye pedagogicheskie trudy [Ouvrages pédagogiques choisis]*, pp. 470–593. Dom pedagogiki.
- Zankov, L.V. (1977) *Teaching and Development: A Soviet Investigation*. ME Sharpe.